

社会数学导引*

孟 凯 韬

本文提出“社会数学”这一新学科，并论述它的一些基本问题。按照作者的构想，“社会数学”是一门用数学方法考察社会问题（特别是社会关系）的科学，是思维数学与社会学的交叉学科。它以作者在《思维数学引论》（科学出版社出版）中提出的理论和方法及对集合论进行扩充（即对集合补充定义冲、合、中三种运算）所得的结果为基础，既不同于作为数理统计等与社会学的交叉学科的“数理社会学”，又不同于作为协同学与社会学的交叉学科的“定量社会学”。

作者：孟凯韬，男，1943年生，西北大学数学系讲师。

一、何谓社会数学？

社会学中的许多问题运用传统数学方法是难以奏效的。因为传统数学完全依靠形式逻辑，而作为社会学研究对象的人，是有思想、有意识、有个性的，他们的行为通常是极其复杂的，是有难以捉摸的原因的。所幸的是，对于传统数学无能为力的那些问题，思维数学恰好可以助一臂之力。

思维数学是一门用数学方法研究思维的品质与规律的科学，是思维科学与数学的交叉学科。由于人们的行为是受思想支配的，与思维有着极其密切的关系。因而思维数学的研究方法也适合于社会学，从而建立社会数学便是可能的。所谓社会数学，就是一门用数学方法考察社会问题的科学，是思维数学与社会学的交叉学科。

二、个体及其泛素

根据社会学的观点，社会结构可分为三大层次，即个人、群体和社会。个人是构成社会的基本单位。

对于任意一个人，他（或她）的每一个组成部分、每一个属性、每一个特征、以及与他（或她）相关的每一个事物，都称为他（或她）的泛素。其中，存在于其自身的泛素称为内在泛素，而构成其环境的泛素谓之外在泛素。

不论从生物学的意义上讲，还是从社会学的意义上讲，任何人的泛素都处于不断变化之

* 孟凯韬同志原文共分为四个部分：（一）何谓社会数学？（二）个体及其泛素；（三）群体、社会及其系统套；（四）社会的比较，限于篇幅，仅截取此文的前两个部分刊发。——编者注。

中。不过，内在泛素一般变化比较缓慢，而外在泛素则可能发生急剧的变化。因此，如果以 Λ 代表任意一个人，那么按照泛素的概念， $A = A$ 并不是永远成立的。然而，对于任意两个人，如果他们某方面的泛素相同，则可认为他们在这方面是等同的。

对于每一个人，都可按照某种方式将他（或她）的泛素分类。设 A 是一个人， p 是一个范畴，则称 A 的所有可划归 p 的泛素构成的集合为 A 的 p 类泛素集，而记为 A_p 。如果 A_p 中的元素是可数的，则称其中元素的个数为 A_p 的基数，而记为 $F(A_p)$ ；如果 A_p 中的元素不可数，但存在性质或状态上的差异，那么以区间 $[0, 1]$ 上的数表征这种差异，并称之为 A_p 的性状数，而记为 $G(A_p)$ ；如果 A_p 中的元素对于一些人存在，而对于另一些人不存在，那么以 1 和 0 分别表示存在和不存在，并称之为 A_p 的或然数，而记为 $H(A_p)$ 。基数、性状数、或然数统值为 A 的特征数。具有基数、性状数、或然数的类泛素集，依次分别称为 A 的第一、第二和第三种类型的类泛素集。

一个人可以扮演许多不同的角色，每个角色各对应一组泛素。角色不同，泛素也不相同，因而即使是同一个人，在扮演不同的角色的时候所能做的事情也不相同。譬如：一个人作为外科医生，他（或她）的泛素包括他（或她）所具有的技能 and 医德，所使用的器械和工作室，以及助手和前来就诊的任何一个人。在工作时，他（或她）就失去性别角色。同样，前来就诊的人也失去性别角色。因此，如果诊断需要，他（或她）可以要求病人脱掉衣服，病人也会按照吩咐去做。然而，如果不是在诊断室或治疗室，而是在别的场合——譬如在宴会上——原来作为医生的他（或她）要求作为病人的她（或他）脱掉衣服，那么一定会受到谴责。因为此时作为外科医生的泛素和作为病人的泛素已不存在，而代之以作为性别角色的泛素和作为赴宴者的泛素。

社会上有各种各样的角色需要人们去扮演。其中有些角色具有暂时性，有些角色具有长久性；有些角色没有限额，有些角色具有一定的限额；至少到一个（譬如一个国家不能同时有两个元首）。一般地讲，暂时性的角色比长久性的角色容易扮演；无限额的角色比有限额的角色容易扮演。一些角色之所以难以扮演，乃是因为扮演它务必具有一定的条件。限额愈少，对扮演者的要求愈高。

扮演某个角色所应具备的条件，即扮演该角色所应具备的类泛素集。这些类泛素集所对应的范畴的集合称为该角色的规范集，其中每个范畴称为一个规范。对于每一个规范，可根据与之相应的类泛素集属于上述三种类型的哪一种，对它赋值：若属于第一种类型，则令它取自自然数，且等于可能取的最大那个数；若属于第二种类型或第三种类型，则令它取 1。角色规范按照这个法则所能取的值就可称为角色期望，而以 I 记之。

角色期望是衡量一个人是否适合扮演某个角色的参照系。根据考察对象的特征数到角色期望的相对距离之是否接近于 0 就可判定他（或她）是否适合扮演这个角色。设 p 是一个角色的规范， A 是一个考察对象，如果 A_p 属于第一种类型的类泛素集，那么令

$$D(A, I)_p = \frac{F(I_p) - F(I_p \cap A_p)}{F(I_p)};$$

如果 A_p 属于第二种类型的类泛素集，那么令

$$D(A, I)_p = 1 - G(A_p);$$

如果 A_p 属于第三种类型的类泛素集，那么令

$$D(A, I)_p = 1 - H(A_p).$$

$D(A, I)_p$ 就称为就 p 而言考察对象的特征数到角色期望的相对距离。假定角色规范集含有 n 个规范— p_1, p_2, \dots, p_n , 对于该角色的重要度依次分别为 k_1, k_2, \dots, k_n ($k_1 + k_2 + \dots + k_n = 1$), 则考察对象的特征数到角色期望的相对距离为

$$D(A, I) = \sum_{i=1}^n k_i D(A, I)_{p_i}。$$

不同的社会、群体及个人有着不同的价值标准, 因而角色规范及每个规范的重要度往往相去甚远。同时由于作为特征数之一的性状数具有模糊性, 因而即使对于同一个考察对象, 按照同一个角色规范, 如果考察主体不同, 被赋予的特征数也会不同。因此常常会出现实际充当某个角色的人并不适合扮演这个角色。尤其是对于一些特别重要的角色, 在一个人或少数人专断的情况下是如此。这从反面说明, 要使某个重要角色的人选适合扮演这个角色, 务必发扬民主, 集中多数人的意见。从计算的角度而论, 就是务必将性状数取为众多考察主体所赋予的性状数的算术平均数或加权平均数。对于诸多考察对象, 要确定哪一个适合扮演某个角色, 可比较他们的特征数到角色期望的相对距离。其特征数到角色期望的相对距离最小者即应为入选者。当然, 这里也包括“矮子里头拔将军”的情况。

对重要角色的扮演者进行选择, 采用量化方法无疑要比凭借主观印象可靠得多。然而, 这里所谓可靠并不是绝对的, 因为其中不可避免地夹杂着人为因素, 程度不同地带有感情色彩。任何事物只要带有感情色彩, 真理的天平就会发生倾斜。不过, 采用量化方法, 感情因素所能作用的范围变得非常狭小, 只限于第二种类型的类泛素集。

大千世界, 角色成千上万。其中有些角色之间具有相似性, 有些角色则是不相似的, 甚至是冲突的。相似与否与冲突与否, 都取决于角色规范。如果两个角色具有相同的规范, 即角色规范集的交集非空, 那么就是相似的, 否则, 就是不相似的; 如果两个角色具有性质相反的规范, 那么就是冲突的; 否则, 就是不冲突的。

角色相似性也存在程度上的差异, 这个差异可用角色相似度来刻画。设 A 和 B 各是一个角色, 角色规范集分别为 P 和 Q 。如令 $F(P)$ 、 $F(Q)$ 和 $F(P \cap Q)$ 分别表示 P 、 Q 及 $P \cap Q$ 中所含规范的个数, 则称

$$R(A, B) = \frac{F(P \cap Q)}{F(Q)}$$

为 A 对于 B 的相似度, 称

$$R(B, A) = \frac{F(P \cap Q)}{F(P)}$$

为 B 对于 A 的相似度。

由角色相似度可以推得角色距离。所谓角色距离, 即 1 与角色相似度之差。如果将角色 A 到 B 的距离记为 $D(A, B)$, 那么有

$$D(A, B) = 1 - R(A, B)。$$

很显然, 如果 A 与 B 不相似, 即 A 与 B 的角色规范集的交集是空集, 亦即 $R(A, B) = 0$, 那么 $D(A, B) = 1$, 只要 A 、 B 相似, 那么恒有

$$0 < D(A, B) < 1$$

在社会上的各个角色中, 对个人生活和社会生活影响较大的, 当推长久性的角色。其中又以职业角色为最。对于一个人来说, 他(或她)所适合扮演的职业角色可能不止一个。他(或她)所适合扮演的职业角色的个数称为他(或她)的角色跨度。当所适合扮演的职业角

色多于两个时,其中必有一个相对而言是最重要的。最重要的那个角色就称为他(或她)的中心角色,而其余的角色则称为他(或她)的附带角色。

中心角色具有相对性,即所谓重要是就具体的考察对象而言的。就全社会而言,角色在重要性上也存在着差异。一般地讲,角色愈重要,扮演它的难度愈大。这个难度可用角色概率来刻划——它等于角色概率的倒数。而角色概率,即适合扮演某职业角色的人在所有可能被作为考察对象的人中所占的比重。

从一个人的角色跨度及其所适合扮演的职业角色的难度和附带角色到中心角色的距离可以看出他(或她)才能的大小。设 A, B_1, B_2, \dots, B_n 为某个人所适合扮演的职业角色,角色难度依次分别为 $N(A), N(B_1), N(B_2), \dots, N(B_n)$,其中 A 为中心角色,则连乘积

$$K = (n+1)N(A) \prod_{i=1}^n N(B_i) \prod_{i=1}^n D(B_i, A)$$

就可作为他(或她)的才能的数量表征,而称为他(或她)的才能指数。

人类社会非常复杂,一个人的境遇受到诸多因素的影响,其中也难免机会因素。因此,适合扮演某个角色,并不等于就是让他(或她)去扮演那个角色。而实际扮演那个角色的人则不一定适合扮演那个角色,适合扮演某个角色的人未能扮演那个角色,而实际扮演那个角色的人则不适合扮演那个角色,这种现象称为角色偏差。这种现象发生的概率称为角色偏差概率,它是衡量社会民主、进步程度的一个重要指标。不言而喻,社会愈民主、愈进步,角色偏差概率愈小。

从某种意义上讲,人们所扮演的角色都是社会赋予的。然而,个人可以通过主观努力创造自己所欲扮演的角色的条件。社会也对每个角色扮演者提出较高的要求,即不仅要求他(或她)扮演某一个角色,而且往往要求他(或她)兼饰与之相关联的其他角色。例如一个大学教师,如果仅仅是一个“教书匠”,那么就不能成为一个合格的教授,而一个合格的教授,则可能集教师、研究人员、作者、发明者等许多角色于一身。因此,社会赋予每个人的角色实际上是一种“综合”角色,对每一个职业角色的扮演者的选拔也本着综合性的角色规范。譬如在评定大学理工科教师高级职称时可以图1所示的角色规范集作为依据。

按照这个角色规范集,相应的类泛素集除了以“代表作创造性水平”和“教学效果”及“政治思想表现”为范畴者属于第二种类型的类泛素集外,余者皆属于第一种类型的类泛素集。对于以“代表作创造性水平”为范畴者的类泛素集,可按表1所示的评分标准赋值;对于以“教学效果”为范畴者的类泛素集,可按表2所示的评分标准赋值;对于以“政治思想表现”为范畴者的类泛素集,可按表3所示的评分标准赋值。

在对于第一种类型的类泛素集赋值时,还应注意科技成果奖有一个等级问题,论文和著作有一个水平问题。为了体现获奖等级上的差异,可将获奖项数按公式 $N = 2^{n-1}$ 化为标准项。其中 n 为国家奖励等级,或等于省(部、委)奖励等级与1之和。对于论文和著作,可按发表它的刊物或出版它的出版社的权威性确定一个折合系数,将实际篇数或部数化成标准篇数或部数。

在前边曾述及,角色期望是衡量一个人是否适合扮演某个角色的参照系。但可作为参照系的并不限于角色期望。譬如在这里,评定教授和副教授的参照系可分别取为现有的教授和副教授每个特征数(不包括 X_{24} 、 X_{31} 、 X_{32} 和 X_4)的平均值(与 X_{24} 对应的数,教授可取为0.25,副教授可取为0.125;与 X_{31} 对应的数,教授和副教授均取为学校制定的教学工作量定额;

图 1

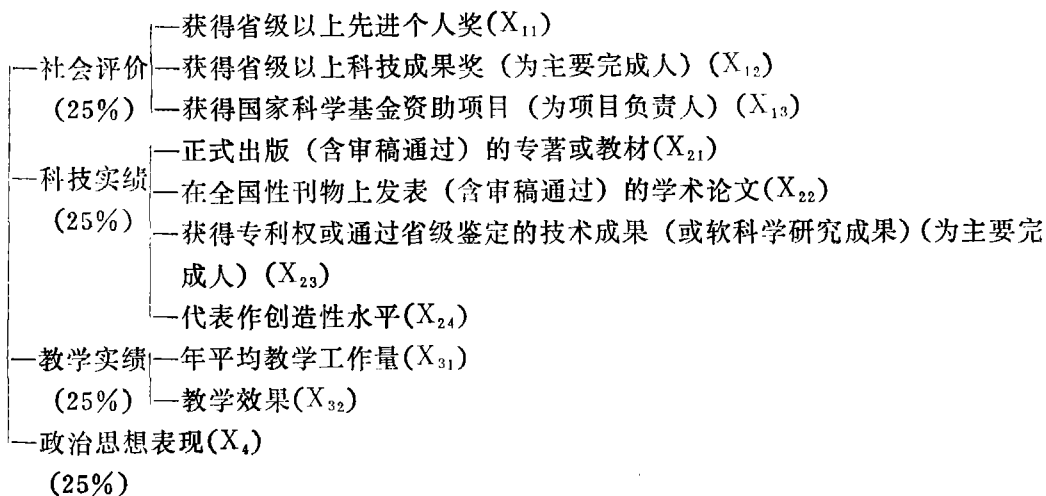


表 1

国际首创 1	国际先进 0.5	国内首创 0.25	国内先进 0.125	省内首创 0.0625	省内先进 0.03125
-----------	-------------	--------------	---------------	----------------	-----------------

表 2

良 好 1	较 好 0.8	一 般 0.6	较 差 0.4
----------	------------	------------	------------

表 3

思想品质好 1	有一般性错误 0.6	有严重错误 0.4	道德败坏 0
------------	---------------	--------------	-----------

与 X_{32} 和 X_4 对应的数, 教授和副教授均取为 1)。假定 I 为参照系, 而 p 为任一被评审者的特征数, 那么可依公式

$$D(P, 1) = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^3 \left[1 - \frac{P(X_{1i})}{I(X_{1i})} \right] + \frac{1}{16} \sum_{j=1}^4 \left[1 - \frac{P(X_{2j})}{I(X_{2j})} \right] + \frac{1}{8} \sum_{k=1}^2 \left[1 - \frac{P(X_{3k})}{I(X_{3k})} \right] + \frac{1}{4} \left[1 - \frac{P(X_4)}{I(X_4)} \right]$$

进行计算。按照计算结果, 若 $D(P, 1) \leq 0$, 就意味着被评审者具备晋升为教授(若所取参照系为教授的标准)或副教授(若所取参照系为副教授的标准)的条件。

在上述规范集中, 我们略去了某些规范, 如学生、教材、教学设施等。虽然与之相应的类泛素集对于教师来说是不可缺少的, 但这与教师的业务能力并不相关, 而技术职称从其内涵而言乃是业务能力的标志, 故而将其略去。对于其他问题, 可以仿此类推。总之, 在确定规范时要抓住重点, 以使问题简化, 便于操作。

责任编辑: 张宛丽