模糊数学在社会学研究中的应用

杨心恒　顾金土

Abstract: Under the traditional positivist methodology of the categorical-value logic, the quantitative sociological analysts tend to focus on the accuracy in social measurement. People's experience from daily life and the development of fuzzy mathematics, however, has challenged this traditional approach. In this paper, the author discuss the neccssity of applying fuzzy mathematics to sociological research, analyze briefly some basic concepts in fuzzy mathematics, such as subordination measures, fuzzy set, fuzzy relations, clustering analysis, fuzzy logic and fuzzy languages, and then exemplify their application in sociological research.

在社会学研究中,实证主义方法论和主观主义方法论一直是两大主要流派。这两种方法论是互相对立而又互为补充的。不过直到目前,实证主义方法论在指导社会学研究中一直占主导地位,具体表现是众多的社会学研究工作者在这种方法论指导下,尽力提高研究对象量化的精确度和准确性。然而,由于计算机科学的人工智能和模糊数学的产生和发展,对上述努力提出了挑战,即作为社会学研究对象的社会现象的本质是不是那样精确?测量上的精确性与人们对社会现象认识上的模糊性是否一致?研究者认为对研究对象最精确的测量、划分和归类,会不会导致判断的最不精确、最不符合实际生活经验,如此等等。因此本文打算探讨将模糊数学引入社会学研究,以期提高研究质量。

一、社会学研究对象的模糊性与实证主义计量方法的局限性

社会学研究对象是社会现象,社会现象作为一种客观存在,无所谓清晰与模糊,“我就是我”。只有当它们进入人们的认识和研究者的视野后,才发生清楚与模糊问题。例如一个人有他的身高、体重、相貌、价值观念等,在不被别人认识和评论时,他就是他,客观存在;一旦被别人认识和评论,如评判他是高个子还是矮个子,胖子还是瘦子,漂亮不漂亮,好人还是坏人等,这时就产生了清晰和模糊问题。其实,高个子、瘦子、漂亮等,本身就是一些模糊概念,而且加进了评论者的价值判断。然而,人们就是用这些概念工具来认识人的,社会学家也要用人们通用的语言去研究社会(舍此实在没有别的工具)。实证主义方法论一定要把这些模糊概念的外延用普通数学去做精确的界定,例如把1.8米确定为高个子与中等个子的临界值,不考虑环境和其他条件对分类的影响,则这样的划分往往和人们的经验不一致。这说明社会现象有两个特性,一是客观事实,二是主观意义。这两个特性交织在一起构成社会现象,任何一种社会现象都是客观事实和主观意义的对立统一。

相对于人们对社会现象的认识和研究者对社会现象的研究来说，社会现象可分为确定性事件和不确定性事件两类。确定性事件的内涵和外延是明确无误的，清晰的，容易把握的，如人口、工资、职业、民族等。不确定性事件又分为两个子类，一个子类是随机事件，它的出现是不确定性的，或者出现，或者不出现，然而对这类事件的认识是清晰的。它的出现与不出现，以及出现后的存在都是清晰的，如犯罪、灾害、集体行为等，即属此类现象。另一个子类是模糊性事件。所谓模糊性是指由于事物的中介过渡性而造成的关于该事物概念的内涵和外延的不确定性。它介于两类事物之间，呈现出亦此亦彼的特征，使人们无法准确地把它划归某一类或某一等级层次之中，如行为、态度、价值观等类的现象。根据上述分析，我们把社会现象的分类用图 1 表示。

- 社会现象
  - 确定性事件 } 清晰事件
  - 不确定性事件
    - 随机事件 } 清晰事件
    - 模糊性事件——不清晰事件

图 1.　社会现象分类

在社会学研究对象之中，大量存在的是不确定事件。即使是确定性事件，一旦加以分类，也会立即出现不确定性。如工资收入是明确的，一旦把它分为高、中、低三个等级，其界线就不确定了。可见社会学研究所面临的一个重要问题是如何处理社会现象的模糊性问题。

为什么社会现象会出现模糊性呢？总的原因是人们的主观介入，如果没有主观介入了就无所谓清晰与模糊了。具体分析社会现象模糊性的原因有：

（一）社会现象的易变性和不可往复性与人的认识的滞后性的矛盾。任何一种社会现象都是一个不断变化的动态过程，而且一去不复返，不再重复，而人的认识总是在现象发生之后才获得的，而且停留在某个时点上，当人们在整理自己的认识时，事物已经不是原来的样子了，这时人们欲把握事物的特征只能根据已有的记忆来作判断。一般地说，人的记忆都有失真之处，总会忘掉一部分，于是人们只能根据残缺不全的记忆去认识社会现象，这就产生了模糊性。如对人的态度、表情、相貌以至身高、胖瘦等的认识，只能用模糊的语言，如“友好”、“和善”、“漂亮”、“瘦高个”等模糊概念去表达它。相对于普通数学来讲，这都是一些没有精确量化的概念。然而人们正是用诸如此类的概念去认识和描述社会现象的，并没有感觉到不方便。如果社会学家一定要按普通数学的精确性去界定这些概念，反而会给人们带来不方便。

（二）社会现象的复杂性和人的认识能力的局限性的矛盾。社会现象的复杂性是指导致某一现象产生的原因是多方面的，一种社会现象与其它社会现象之间的联系是多方面、多层次的，由此而产生的变化也是多种形式和多方向的。然而人的认识能力以及使用的认识工具的性能是有限的。因此，人们总是不能洞察社会现象的一切方面，这就造成信息短缺。虽处于信息短缺状态，人们因实际需要还是要对事物的性质和规律作出判断，于是只能采取似然推理判断。如对一个人的工作态度的评判，人们常用负责、比较负责、不负责、很不负责等模糊语言来表达，别人也能理解。

另外，根据科学逻辑中的“互克性原理”（也称“不相容原理”），当一个系统的复杂性增大时，人们对其认识的精确化能力将会降低，在达到一定阈值（限度）之上时，复杂性与精确性互相排斥。因此人们在认识复杂的社会现象时，必然舍弃不可能的过份精确，而取其从总体上的大致把握，于是出现社会现象的模糊性。社会现象越复杂，认识上的精确化越低，而模糊性就越强，这是一条规律。

(三)社会文化环境的特殊性与普遍性的矛盾。社会现象是文化现象,是有人的主观介入的,而文化都是特殊的、具体的,各地有各地的文化,各民族有各民族的文化。因此,同一种社会现象在各地区、各民族、各国家的产生原因,发展变化规律是不同的。然而,各种文化之间又是相通的,又有其共同性,即普遍性,因此不同文化环境中的同一种社会现象必然存在着相同的一般特征。例如犯罪,各个国家和地区发生犯罪的原因和表现形式是不同的,而在"犯罪是危害国家、团体或个人利益和生命财产安全,从而应当受到法律惩罚的行为"这一点上又是共同的。人们认识和研究社会现象的目的是通过它的特殊性去把握它的共同性、普遍性即规律,这就需要抽象和概括。越是特殊的具体的事物的特征越清晰;越是普遍的共同的本质属性越模糊,这就是说抽象和概括的结果必然使人们对认识对象的认识模糊起来,也就是说牺牲了一部分精确性。例如社会学经常研究的失业和贫困现象,感知和描述一个人或一群人的失业和贫困是很具体和清晰的,而要从整个样本中抽象概括出失业的一般属性、特征,必然要增大对失业和贫困界定的模糊性。

(四)价值介入的影响。虽然实证主义方法论主张从社会科学研究中排除价值干预,但事实证明无论是社会现象本身还是人们对它的认识,都是在一定的价值标准指导下发生的,因此笼统地说从社会学研究中排除价值是神话。既然社会现象与价值分不开,而价值又是各种各样的,是因人、因地、因国家和民族不同而异的,所以对同一种社会现象可能产生不同的甚至相反的认识,从而使认识者对社会现象的本质和属性把握不定,只能用模糊语言来表达。

实证主义方法论,立足于社会现象与自然现象同构,主张用自然科学的精确眼光和方法来研究社会,它在使社会学从哲学中脱离出来,成为一门独立的社会科学,使定量研究有了长足的发展,使研究者的研究及其结论避免了主观随意性等方面,做出了不可磨灭的贡献。因为实证主义方法对清晰的社会事件(包括确定事件和随机事件)有很强的功效。它引用数理统计的方法解决了社会学研究中的随机抽样、描述统计、统计推论和假设检验等问题,使社会学对社会现象的定量分析更加精确,这是其他方法不可替代的。然而,根源于普通数学的实证主义方法面对大量的模糊性事件却无能为力,显示出它的局限性,具体表现是:

(一)由于实证主义方法排除了社会现象的主观意义,也就排除了探索人类行为本质的可能性。假若仅仅根据统计数据对社会现象作性质判断,往往会得出与人们的经验相悖的结论。

(二)实证主义方法基于普通数学的二值逻辑,对社会现象作出的是"非此即彼"的结论,而对大量存在的具有模糊性的客观事物,即"亦此亦彼"的现象,作了"一刀切",造成与事实不符。如对样本总体的界定,实证主义方法认为界定得越清楚,越精确越好,而事实上样本总体的边界是模糊的。

(三)对分析自然语言无能为力,力图从社会学研究中驱逐它,这实际上是办不到的。除非社会学家们不使用自然语言进行研究,但那将使科研活动无法进展,其成果也无人能懂。迪尔凯姆曾说过:"遗憾的是,在社会学讨论中,一些不明不白的概念仍然不断地出现。人们自认为这些名词有确定的定义,非常符合事物本身,孰不知他们经常使用的概念,是一些模糊的概念,是与感情、成见、空洞的印象等不加区别地混为一体的观念。人们常常讥笑中世纪的医学者所谓冷、热、干、湿等都是用常识推测出来的,孰不知我们今天仍在重蹈他们的覆辙。"(迪尔凯姆,1988:19)。一个世纪过去了,当代的社会学家们仍然不能在研究中排除自然语言。对每个日常生活中使用的模糊语言都要作精确的界定,非但人民大众接受不了,社会学家也无法做到。

二、模糊数学的基本概念*

模糊数学的产生和发展是与电脑的推广应用分不开的。电脑与人的大脑相比，在储存、记忆、分析和处理清晰信息方面，具有更高的效率和准确性。但也有不足，即电脑是建立在二值逻辑（“是”或“非”）基础上的，只能识别界线清楚的精确信息，对不确定的模糊信息无法接受，不像人脑那样具有天赋的模糊测量的本领。这样，电脑在进入社会经济管理决策领域时就显得无能为力。因为在这个领域需要大量的模糊识别、模糊推理和模糊判断。为适应时代需要，美国计算机科学家查德（L. A. Zadeh）在前人努力基础上，于 60 年代中期率先提出了模糊数学的核心思想。他想用数学手段来仿效人脑的思维，建立电脑对复杂事物进行模糊测量、模糊识别、模糊推理、模糊控制和模糊决策的本领。①

在讨论如何将模糊数学引入社会学研究之前，我们首先介绍一下模糊数学的几个基本概念，以期使非数学专业的人读起来方便。此处主要参考汪培庄著的《模糊集合论及其应用》（上海科学技术出版社，1983）和贺仲雄编的《模糊数学及其应用》（天津科学技术出版社，1983）。

（一）隶属度（μ）与模糊集（模糊子集）。对普通集合来说，某事物属于或不属于它是界线清楚、是非分明、不容混淆的。如用集合的特征函数表示，即属于该集合中的元素取值为 1，不属于该集合的元素取值为 0，此即二值逻辑。然而作为认识对象的社会现象往往存在着亦此亦彼的模糊性，这样，普通集合中的是非判断，看似精确实际上并不精确。因为它不能指出“是”的程度和“非”的程度。模糊数学提出“隶属度”这一概念，正是要度量此“亦此亦彼”的程度。所以对描述事物的隶属关系来说，更加精确合理。

隶属度是指我们所讨论领域中（简称论域，是 U 代表）的某元素（即自变量，用 x 或 u 代表）隶属于我们的研究对象（论域中的模糊子集，也称模糊集，用 A 代表）的程度，记为 $\mu A^{(x)}$，取值在[0, 1]之中，从这个意义上讲，普通集是模糊集的特例。例如我们研究所有人中的青年人的思想状况，则论域（U）是所有人。因为“年青人”的界限是模糊的，论域中有些成员只是部分地属于它，因此称“青年人”是论域（所有人）中的一个模糊子集。那么论域中的某一个人属于这个模糊子集的程度，就是隶属度。

由于隶属度在[0, 1]之中取值，当取值为 1 时，表示该元素明确属于这个模糊子集；取值为 0 时，则明确不属于这个模糊子集，如：

* 本节使用的符合的意义如下：

$\triangleq$：可记作	$\mu A^{(x)}$：A 的隶属函数	U：论域	$\in$：属于
$D(A)$：A 的模糊度	μ：隶属度	$\wedge$：取最大运算	$\vee$：取最小运算
u 或 x：U 中的元素	$\circ$：合成运算符	A：U 中的模糊子集	$(A)_\lambda$：A 的 λ 截集
$R(A, B)$：A 和 B 的模糊关系	(A, B)：A 和 B 的贴近度		

① 参见《模糊系统与数学》的发刊词，1981 年第 1 期。

$$A：青年人，\mu A^{(x)}=\begin{cases}1 & x=20\\ 0.626 & x=29\\ 0 & x=50\end{cases}$$ [①]

这样，论域中的每一个元素相对于模糊子集的隶属关系都有一个在[0，1]中的对应值。这种对应关系，我们称之为A的隶属函数。

如果要表示模糊集，对有限论域 $U\{x_1\cdots\cdots x_n\}$，令A为U上的模糊集合，令μ_i是x_i对A的隶属度，则$A=\frac{\mu_1}{x_1}+\frac{\mu_2}{x_2}\cdots\cdots+\frac{\mu_n}{x_n}$（“+”表示集合概念，而非算术中的加号）；而对无限连续论域，A可表示为$A=\int_u \mu A^{(x)}/x$或用图形表示。

对模糊集合进行组合运算，是一项重要而有意义的工作。它既可对模糊数学的理论领域深化完善，又可对它的应用领域精确合理化。这里介绍最基础的补、联、交。

设A，B是论域U中的两个模糊子集，则：

①A的补集记为$\neg$A（有时用A′）定义为：

$$\neg A=\int_u[1-\mu A^{(x)}]/x \qquad x\in U。$$

②A和B的联记为A+B（有时用A∪B），定义为：

$$A+B=\int_u[\mu A^{(x)}\vee\mu B^{(x)}]/x \qquad x\in U。$$

③A和B的交记为A∩B，定义为：

$$A\cap B=\int_u[\mu A^{(x)}\wedge\mu B^{(x)}]/x \qquad x\in U。$$

这里“$\wedge$”和“$\vee$”最常见的分别是取“大”和取“小”，但这并不是仅有的运算（闵珊华、贺仲雄，1985：94—96）。

这里要说明一下，隶属函数的确定过程，本质上是客观的，但又允许一定的人为技巧修正。常用的方法有模糊统计试验，二元对比排序法，也可用概率统计。但实践效果是检验和调整隶属函数的依据。有的复杂的隶属函数还可由易确定的简单函数加以逻辑推理实现。

（二）λ（lambda）截集，也称λ水平集，是指论域中的所有元素隶属于模糊子集（A）的程度达到λ水平的元素所组成的集合。用$(A)_\lambda$表示，其中λ在[0，1]中取值，用集合表示，即：

$$(A)_\lambda\triangleq\{x|\mu A^{(x)}\geqslant\lambda \qquad x\in U\}$$

如果论定论域中的某元素对A的隶属度达到或超过λ水平就算做A的成员，而小于λ水平的则不算。这样，模糊集合就成为普通集合了，可记作A_λ。这是模糊集和普通集的结合点，也是模糊数学成立和发展的理论依据之一。

（三）模糊关系。为了说明模糊关系，我们先要定义笛卡尔乘积集。设u和v分别是甲的状态集（U）和乙的状态集（V）中的元素，若要同时考虑甲、乙两因素，则可能的状态集是由任意的u、v搭配而成的，这就是笛卡尔乘积集。用公式记为：

$$U\times V\triangleq\{(u,v)|u\in U,v\in V\}$$

然后称U×V的一个模糊子集μR为从U到V的一个模糊关系，可记作：

① 此根据张南伦在武汉建材学院所做试验结论，转引自贺仲雄，1983：59。

$\xrightarrow{U\ RV}$

R由其笛卡尔乘积集上的隶属函数$\mu R = U\times V \to [0, 1]$来刻画。

如果一个变量是由两个或两个以上互相独立的分量所构成,就易产生模糊关系。如体形状况是由身高和体重的两个分量来反映。比如我们以身高1.70米的人来说,如果体重为70公斤,就当作标准集(即两者所组成的关系对体形标准的隶属度为1),但如果该个体只有65公斤重,我们可以说不是绝对标准集,但也不能说绝对不标准,因为否则就与只有60甚至50公斤的人无法区分。解决这个问题的办法是:我们可以根据经验测得65公斤的人隶属体形状况标准集为0.9,而60公斤的人为0.8,此即为身高与体重的模糊关系的值,很合情合理。

(四)模糊度。它是量度模糊集的模糊程度的指标,用$D(A)$表示。模糊度是与前面讲述的隶属度互相关联的。它的表示一般遵守以下准则:

①当隶属函数只取0或1时,模糊度为0,此相当于普通集合A,$D(A)=0$。

②若$\mu A^{(x)}=0.5$,$xi\in U$,则$D(A)$应取最大值,即$D(A)=1$。

③若对任意$x\in U$,设U的两个模糊集A,A';若$\mu A^{(x)}\geqslant \mu A'^{(x)}\geqslant 0.5$或$\mu A^{(x)}\leqslant \mu A'^{(x)}\leqslant 0.5$时,则有:

$D(A')\geqslant D(A)$。

描述模糊度的方法有三种,一是用概率中的"熵"的概念,二是用泛函数分析中的"距离测度"概念,三是"贴近度"。前两种需要有高深的数学知识,运用比较困难,此处着重介绍"贴近度"。

贴近度与模糊集的内积(即最小值中的最大值)和外积(即最大值中的最小值)有关。设A,B是论域U上的两个模糊子集,其内积和外积记作:

内积:$A\circ B=\bigvee_{x\in U}(\mu A^{(x)}\wedge \mu B^{(x)})$

外积:$A\odot B=\bigwedge_{x\in U}(\mu A^{(x)}\vee \mu B^{(x)})$

式中的"$\vee$"为取最大运算符,"$\wedge$"取最小运算符。例如设$U=\{a, b, c, d, e, f\}$,U中的两个模糊子集为:

$$A=\frac{0.6}{a}+\frac{0.8}{b}+\frac{1}{c}+\frac{0.8}{d}+\frac{0.6}{e}+\frac{0.4}{f}$$

$$B=\frac{0.4}{a}+\frac{0.6}{b}+\frac{0.8}{c}+\frac{1}{d}+\frac{0.8}{e}+\frac{0.6}{f}$$

式中的"+"表示集合概念,并非算术中的加号。

则$A\circ B=0.4\vee 0.6\vee 0.8\vee 0.8\vee 0.6\vee 0.4=0.8$

$A\odot B=0.6\wedge 0.8\wedge 1\wedge 1\wedge 0.8\wedge 0.6=0.6$

贴近度一般为记作$(A, B)=\frac{1}{2}[A\circ B+(1-A\odot B)]$,

则根据定义,A和B的贴近度$(A, B)=\frac{1}{2}[0.8+(1-0.6)]=0.6$。贴近度比较适合于连续的或求和项数太多时的两隶属函数间的比较。

(五)模糊聚类分析。它是以数理统计中的聚类分析为基础,目的是用模糊数学定量地确定样本间的亲疏关系,从而客观地分型划类。目前有两种方法:一种是基于模糊关系上的模糊聚类法,可称为系统聚类分析法;另一种是先粗略分类,然后按最优原则多次迭代至比较合理

为止，可称为逐步聚类法。模糊聚类分析是当前模糊处理中最为完善的方法之一，对社会学研究中的总体分类、社会分层、以及模式识别有独到的作用。

（六）模糊逻辑。它是数理逻辑在模糊集理论中的一个推广，是将经典的二值逻辑模糊化，以及对自然语言形式化，从而更适于研究人的思维，它也是计算机科学向人类智能领域进军的主要手段。从内容上看，它是把数理逻辑的联结词的使用和真值表的取值作了相应推广，主要研究逻辑公式的极小化问题和似然推理领域。对社会学研究来说，如何用自然语言去归纳和推演出具有一定精度和严谨性的结论是一项重要的任务。

（七）模糊语言系统。语言是人类思维和交流的工具，它是由单词、词组和句子按照一定的语法组成的。语言有明确的，也有模糊的。如“狗”，“这是一只狗”是明确的；“这是一只小狗，漂亮的狗”是模糊的。模糊数学中的模糊语言系统就是根据模糊集理论，从语义和语法两个角度对自然语言进行描述而产生的，它由以下要素构成：

1. 模糊单词，如美、丑、好、坏、快、慢、高、低等，是自然语言的基本组成单元。

2. 模糊词组，如有色金属、好朋友、坏分子、东南方等；由上面的单词依一定关系组合而成。

3. 语气算子，它根据不同的方向可分为两类，一类是集中化算子，如“很、极、非常；挺、特别，”等；另一类是散漫化算子，如“稍许、略微”等，它们缀在一些词前面能调整该词词义的多种程度。用数字刻画显得更为清楚，如老年人依据年龄的隶属函数定为（参见陈国权译，1982，26）：

$$\mu A^{(x)}=\begin{cases}0 & 0\leqslant x<50 \quad A\text{为老年人集合}\\ \dfrac{1}{1+(\frac{x-50}{5})^{-2}} & 50\leqslant x\leqslant 100 \quad x\text{ 为年龄，}x\in[0,100]\end{cases}$$

根据日常意义，“很老、微老、极老”可定量化为：

$$[\text{很老}](x)=H_2[\text{老}](x)=([\text{老}](x))^2=\begin{cases}0 & 0\leqslant x\leqslant 50\\ \left[1+(\frac{x-50}{5})^{-2}\right]^{-2} & 50\leqslant x\leqslant 100\end{cases}$$

$$[\text{微老}](x)=H_{\frac{1}{4}}([\text{老}](x))^{\frac{1}{4}}=\begin{cases}0 & 0\leqslant x<50\\ \left[1+(\frac{x-50}{5})^{-2}\right]^{-\frac{1}{4}} & 50\leqslant x\leqslant 100\end{cases}$$

$$[\text{极老}](x)=[\text{很很老}](x)=H_2[\text{很老}](x)=H_2[H_2(\text{老})](x)=[(\text{老})^2(x)]^2$$

$$=[(\text{老})(x)]^4=\begin{cases}0 & 0\leqslant x<50\\ \left[1+(\frac{x-50}{5})^{-2}\right]^{-4} & 50\leqslant x\leqslant 100\end{cases}$$

可以得出“很、微、极”的指数为“2，$\frac{1}{4}$，4”，当指数大于 1 时即属第一类，即集中化算子；而小于 1 时属第二类，即散漫化算子。

4. 模糊化算子，如“大概、近于、大约”等，它们加在一个单词前面，使该词词义模糊。一般用 $E(x, v)$来表示元素 x 隶属于“模糊化算子＋单词”的程度。例如“大约 3”可表示为：

$$E(x,3)=\begin{cases}e^{-(x-3)^2} & |x-3|<\delta\\ 0 & |x-3|\geqslant\delta\end{cases}\qquad \delta\text{根据实际情况确定。}$$

5. 判定化算子，指“偏向、倾向于”，“多半是”等词，它是在模糊之中给出一种粗略的肯定

判断。与上面的 λ 水平集相关,它的一般形式是:

$$P_a:(P_a A)_{(u)} \triangleq d_a[A_{(u)}] \triangleq d_a x=\begin{cases}0 & x\leqslant a \quad \text{不属于}A\\ \frac{1}{2} & a<x<1-a \quad \text{不能确定}\\ 1 & x>1-a \quad \text{属于}A\end{cases}$$

da 是定义[0,1]上的实函数,x 为元素 u 的隶属度。

6. 语言值,如"大、小、轻、重、长、短";或"很大、很小、太长、太短、不长不短"等。语言值是口语化的数量,它可以像模糊数那样定义四则运算,对我们分析被试语言很有帮助。

在介绍了模糊数学的基本概念之后,我们还要特别强调注意区分以下三对极易混淆的概念。

1. 隶属度与模糊度。这是两个互相关联而又不同的概念。其区别是,前者针对的是论域中某元素隶属于某集合的程度,用 μ 表示;后者针对的是一个概念或集合,表明的是它的界限的模糊程度,用 D 表示。两者的共同点是同在[0,1]中取值。

2. 清晰事件与模糊事件。两者的区分是相对的,没有绝对的界限,唯其如此,才有模糊性的存在。所谓清晰事物,是指它的模糊度较小,人们可以忽略不记而不致影响判断的正确性。模糊事件是指它的模糊度较大,人们必须考虑它的模糊度去作较为准确的判断。可见对它们的区分界入了人的主观意义。另外,不同的人,比如专业人员与非专业人员对事件的精确度要求的差异是显著的,非专业人员认为是精确的事件,对专业人员来说,可能认为是不精确的。因此,这两类人对模糊与清晰是存在不同的界限的,不能用同一个标准来衡量。

3. 模糊性与随机性。模糊性是指事物质的不确定性,是亦此亦彼,归属不定。如某事物属于 A,也属于 B。而随机性是指事物的质已确定,只是由于外部条件没有把它限定死,使它可能出现,也可能不出现,但它既属于 A,就不能属于非 A。

模糊性与隶属度相对应,它刻划的是事物发展的横断面的情况;随机性与概率相对应,它刻划的是事物发展的纵截面的情况,两者还是可以综合的。如新发展的模糊概率研究领域。

以上我们介绍了模糊数学的基本概念,可能有人会说,模糊数学中加入了人的主观价值。是的,模糊数学确实包含了人的主观成份在内,数的概念就是人确定的。不过这里的主观价值绝不是研究者个人的主观价值,而是社会现象中本来就有的主观意义。从这一点上来说,模糊数学更适用于社会学研究。

三、模糊数学在社会学研究中的应用

美国社会学家在20世纪40年代曾讨论过用米、厘米来刻画面对面的互动情况。这个讨论是在社会学对社会现象定量研究日益精确化的推动下发生的。假如我们把互动者相距1米以内界定为面对面互动,那么相距1.01米就不属于面对面的互动,这显然是可笑的,与实际经验不符。为什么?因为普通数学的精确化往往和社会现象的模糊性不一致。假如我们用模糊数学来处理这个问题,就不会发生以上可笑结论。

现在我们就以社会互动为例,讨论如何将模糊数学运用到社会学研究领域中来。

假如把报告人与听众的距离远近视为他们能否收到信息从而能否发生互动的决定性变量,显然报告人发出的信息的强度随距离增大而减弱,当达到一定距离(亦可能是一区域)信号

开始逐渐损耗,处在这个距离的人不能收到完整的互动信号,那么他们能否与报告人发生互动呢?对此,刻画的方法有两种:一种是点划分,例设距离报告人30米的听众可以收到完整的信息,从而与报告人发生互动,30米以上的人不能互动。30米是互动与否的临界点。那么,其一,坐在30米处的人的身体还有前倾或后仰的问题,若身体后仰,就须界定为不发生互动。其二,坐在35米,乃至40米的听众,如果他们提高对报告的兴趣,集中注意力,对捕捉到的信息不断进行连贯思考,也能发生一定程度的互动。可见这种用单点来划分是否发生互动的方法得出的结论是与事实不符的。

第二种方法是区域划分。例如30米以内的听众可以获得完整的互动信息,当然能够发生互动,坐在30—40米处的人,可以获得大于60%的互动信息,加上个人的主观努力,也可能发生互动。对坐在40—50米外的人来说,得到的是更弱更少的互动信息,但是由于个人主观方面的差异,如领悟能力、精神集中程度、兴趣不同,使他们中间有的人可能发生部分互动,有的人不能,所以这区域是介于可能发生互动与不能发生互动的临界区域。而坐在50米以外的人,由于得到的是太弱太少的信息,所以不能发生互动。这样我们把报告人——听众互动体系的情况分成四种:能互动区、可能互动区、临界区(不明朗区)、不能互动区,用图2表示。

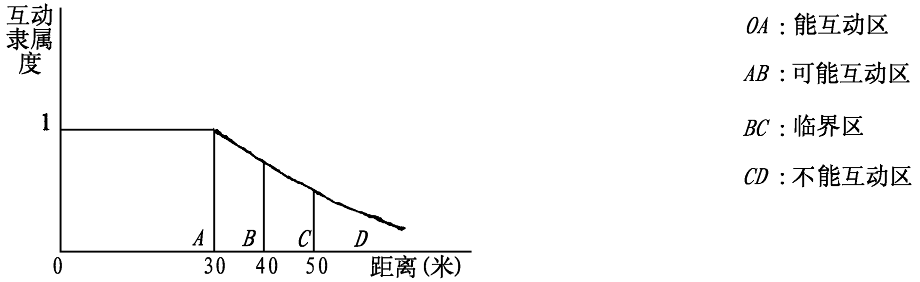

图2. 互动隶属图

以上分析说明,互动群体(A)受两个因素影响:距离和个体特征,两者的组合对A的关系有一个隶属度的问题,所以无论取距离还是其它变量,都不能用点来刻画。这正说明模糊数学在对社会现象进行定量定性分析中的作用。

下面我们着重分析在问卷调查中模糊数学的应用。

问卷调查是社会学研究中普遍运用的方法。在随机抽样基础上进行的问卷调查对于社会学家掌握第一手资料,避免主观偏见,提高研究质量,确实发挥了重大作用,是其他方法不可替代的。然而,以往的问卷调查都是在二值逻辑的基础上进行的,虽然增加了每一个指标上的刻度,即把答案划分成若干个等级,但它的取值方法(单点估计)仍然基于二值逻辑的理论,这样相对于社会现象的模糊性来说,不可避免地存在以下几个方面的局限性:1. 对样本总体一刀切,忽视了总体边界的模糊性,对总体内部也没有进行模糊聚类分析。2. 涉及到态度和感情方面的量表常用封闭式答案,对开放式问卷的答案分析乏力。3. 使用日常用语(即模糊语言)为指标,而忽视了日常用语的模糊性与价值取向。4. 没来由的相关分析,把两个任意的事物变量捏合在一起,导致结论的主观机械化倾向,缺乏似然推理。

针对上述局限性,我们将模糊数学引入问卷调查,至少可以在以下几个方面发挥作用:

1. 对研究假设中的概念,判断和推理的解释,以往强调解释得越清楚越好,解释得越清楚

边界越清晰。引入模糊数学后，应改变这个观念。由于一些概念（反映某一模糊集）和理论框架（或反映论域中A，B之间的模糊关系，或反映某一模糊集中的元素对模糊集的隶属度）的内涵和外延存在着一定程度的不确定性，所以应先用模糊数学对这些概念和理论进行模糊测度，找出概念之间的内在联系，界定其适用领域及有效程度，随后进行必然推理、或然推理，或似然推理，以丰富研究假设，使其更适合客观事物的丰富性和复杂性，避免主观机械主义。

2. 对于随机抽样，必先界定总体。以往对总体的界定，往往是划定一个范围，范围之内的个案都属于这个总体。这种方法存在两个缺点：一是没有对总体内的个案根据其特征进行聚类分析并进行隶属度测量，导致抽样结果无真正代表性；二是没有对聚类与聚类之间的关系作模糊测量，忽视对类内与类间差异的本质进行区别。引用模糊数学，可以先根据隶属函数及实际情况确定λ水平，这样就得到研究的总体；然后对之进行模糊聚类分析，根据研究所需的精度，确定出各类别或等级，并掌握了类内的差异和类间的距离，这样也就把握住了总体的实际分布情况，有利于抽得样本的代表性的提高。我们认为，对事物的分类是应用模糊数学的关键，只有合理分类，才可能准确地刻划、测量隶属度、隶属函数及模糊关系。当然分类是要有一定基础的，一开始往往比较粗糙，但随着信息、特别是反馈信息的增多，经验水平的提高，分类将会越来越趋于合理。

3. 用模糊数学方法筛选测量指标。测量指标是问卷的基本组成部分。一份问卷质量的高低，实质上就是测量指标信度和效度的高低。以往设计测量指标有两种方法，一是根据经验筛选，二是统计筛选。经验筛选本身就包含模糊测量的意义在内，不过没有模糊数学的量化处理，不够稳定、精确、系统。统计筛选看似精确，然而由于它是在没有进行模糊分析的前提下进行的，难免武断。引用模糊数学方法后，可以对每个指标或指标体系与测量对象的距离或贴近度进行测量、比较，从而筛选出优良指标，并在这个基础上再对各指标进行权重处理。

4. 在相关分析上的应用。社会学家对问卷调查资料常作相关分析，求知两变量或多变量之间的相关度。常见有的研究报告把所有的变量列成矩阵，求出所有变量之间的相关度，这些相关度是真是假，普通数学很难验证，只有引入模糊数学，先对变量间的关系进行模糊测量，似然推理，确定其间的关系网络及性质后，再来进行相关分析，才是最有效的。

5. 在结论和推理方面的应用。社会现象大多具有模糊性，其发展规律大多具有或然性和似然性。以往的研究报告多采用必然性推理，难免作出与事实不相符合的结论。我们知道，社会现象是复杂多变的，例如人们做同一件事情，追求的目标是多种多样的，对各个目标的主观意义和权重也是灵活多变的，这就要求社会学家只能作出似然推理和模糊判断，用自然思维的模式来表征社会现象的规律，得出启发式的结论，使人们得到模糊控制机制和模糊决策机制，而不是设计指令性的方案。

以上从几个方面介绍了模糊数学在社会学研究中的应用，还只是在启发层面，很不具体，尚未达到实际操作的程度。下面举一个应用模型——对服装的评判为例（汪培庄，1983：106），具体讨论如何运用模糊数学方法。其步骤是：

（1）因素分解。根据专家经验、经典理论或调查试验，对被研究的模糊事物进行因素分解。例如对服装质量这一综合性变量（A）可分解为：花色、款式、规格、耐穿度和价格等分变量。可记作$A=[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5]$，这里为简化计算取因素集$A=$（花色式样，耐穿程度，价格）。这一步要求各因素能落在被调查者的经验判断范围之内，它们之间是既相互独立，而又能综合起来全面反映被研究的事物。

(2)因素测量。这是关键的一步。首先应根据研究精度的需要和被访人的辨别能力把每个因素定出评判等级,为有利于综合判断,等级词一般是统一的。如对花色的评判可分为很受欢迎、欢迎、说不清、不欢迎、很不欢迎五个等级,它们组成决断集(V),然后让每个人评判。这样的测量在以往的调查中已经应用,其方法是让每个人选择一个等级的答案,然后简单平均或加权平均。但由于各人的价值观不同,且随着时间、环境的转移,各人的心态也不同,因此不仅不同的人可能作出不同的评价,即使同一个人在不同场合情况下,也可能作出不同的评价,这是普通数学无法面对的。对模糊数学来说,它处理这类问题时允许被访者对某因素的评价亦此亦彼,即在几个评判等级上取其隶属度,然后进行归一法。例如要刻画某类顾客(按价值观分类)对服装某因素的评判值,就要首先取得每个个体对各等级的隶属度,然后,按各等级词加权平均,得出该类顾客对某一因素的各等级词的隶属度,此构成单因素的评价向量,同理得出剩余的单因素评价向量,最后得出模糊评价矩阵,因为它是因素集与评判等级集的笛卡尔乘积集,因此可称为模糊关系矩阵,在应用时也称模糊转换机制。

对此例,可设评判等级集为 $V=\{$欢迎,较欢迎,不太欢迎,不欢迎$\}$,采用模糊统计试验来确定隶属函数。研究者请若干专业人员对某一种服装的各单因素进行评价。为简便计,设各评价员只选一个评判等级,这样虽然减少一些精确度,但不损伤我们研究的处理方法。如对花色式样而言,有20%的人选了"欢迎",70%的人选"比较欢迎",10%的人选"不太欢迎",便可得出:

花色式样的单因素评判向量为→(0.2,0.7,0.1,0.0)

类似可测得,耐穿程度→(0.0,0.4,0.5,0.1)

价格费用→(0.2,0.3,0.4,0.1),

最后综合得:

$$\text{模糊关系矩阵}(R)=\begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{pmatrix} \text{欢迎} & \text{比较欢迎} & \text{不太欢迎} & \text{不欢迎} \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 & 0.0 \\ 0.0 & 0.4 & 0.5 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.1 \end{pmatrix}\begin{array}{l} \\ (\text{花色}) \\ (\text{耐穿}) \\ (\text{价格}) \end{array}$$

(3)确定各因素权重。各单因素对评价员来说,其重要性不尽相同。但对价值观类似的群体来说,有大致相同的权重系数值。如果一个群体测得的权重向量内部存在显著差异,宜根据实际情况分类(可采用模糊聚类分析法)。其实,这一步与前一步无必然前后关系,因为一般要求权重向量所代表的被试者与模糊关系矩阵所反映的被试者是同一类的。然后,把测得的权重向量与模糊关系矩阵选择一种适当合成运算相互作用,就可转换成综合评判值(即目标值)。一般仍然是一个向量,含义同评判等级集,其元素为隶属度。例如与上述模糊关系矩阵相对应的某类顾客对各因素的权重系数为:$a=(0.2,0.5,0.3)$,按普通转换运算,综合评判值为向量:

$$b=a\circ R=(0.2,0.5,0.3)\circ\begin{pmatrix} 0.2 & 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0.5 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.1 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} \vee(0.2\wedge 0.2 & 0.5\wedge 0 & 0.3\wedge 0.2 \\ \vee(0.2\wedge 0.7 & 0.5\wedge 0.4 & 0.3\wedge 0.3 \\ \vee(0.2\wedge 0.1 & 0.5\wedge 0.5 & 0.3\wedge 0.4 \\ \vee(0.2\wedge 0 & 0.5\wedge 0.1 & 0.3\wedge 0.1 \end{pmatrix}^T=\begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.4 \\ 0.5 \\ 0.1 \end{pmatrix}^T$$

(4)对向量 b 进行归一化得 $b=(0.17, 0.33, 0.42, 0.08)$，按最大隶属度原则，可判定该类顾客从总体上来说是不太喜欢的，具体态度由 b 全面反映。当然，也可与别的测量比较后作出结论。我们认为这个结果比用以往调查方法所得到的值要合理。因为以往的调查统计中，一对欢迎与不欢迎答案的统计值（例如"欢迎"赋值为 3，"不欢迎"赋值为 1，则 $3+1=4$）与两个不作评价答案的统计值（例如"不知道"赋值为 2，则 $2+2=4$）是一样的，但事实上前者很可能有 1 人购买，而后者很可能都不去购买，可见这里是不能随便加权平均的。

此例是从实践中总结概括出来的，是得到实证的成功的经典例子。此模式可推广到研究综合评价角色、生活水平满意度、社会分层领域等。

最后，我们要说明一点，模糊数学在社会学研究领域的应用，目前还没有正式的实施。① 无论是模糊数学家还是社会学家，都没有给在社会学研究中如何运用模糊数学开出具体方案和方法。本文只是在这方面开了一个头，提出了问题，以期引起注意。笔者愿意和社会学同仁们一起努力来攻克这个方法论和方法上的难题。

参考文献：

迪尔凯姆，1988，《社会学研究方法论》，胡伟译，华夏出版社。

风笑天，1996，《现代社会调查方法》，华中理工大学出版社。

G·罗斯，1988，《当代社会学研究解析》，林彬、时宪民译，宁夏人民出版社。

贺仲雄，1983，《模糊数学及其应用》，天津科学技术出版社。

肯尼思·D·贝利，1986，《现代社会学研究方法》，许真译，上海人民出版社。

卢淑华，1989，《社会统计学》，北京大学出版社。

汪培庄，1983，《模糊集合论及其应用》，上海科学技术出版社。

杨心恒，李哲夫，1989，《社会调查与统计分析》，人民出版社。

A. Kaufman, 1972, *Theory of Fuzzy Sets*, Masson Paris.

Earl Babbie, 1983, *The Practice of Social Research*, by Wadsworth, Inc.

作者杨心恒系南开大学社会学系教授

顾金土系南京农业大学人文学院讲师

责任编辑：张宛丽

① 在《社会学研究》1992 年第 5 期上，载有王永平和黄志刚的文章《江西省小康社会目标的灰色系统预测及拟模糊数学评价》，对预测值进行了隶属度的确定，并与国内、国际的指标作了综合评价。虽然有些地方需要加强论证，但该文的发表标志着模糊数学在社会学研究领域中应用的开始。不过应指出的是，模糊系统与灰色系统是有区别的。