

# 贫困指数：构造与再造

陆康强

**提要:** 在评介 Sen 指数、SST 指数和 FGT 指数的基础上, 本文提出了一种新的综合贫困量度——R 指数。它满足作为有效的贫困指数应该满足的各项贫困量度公理, 贫困鉴别力优于三个比照指数; 它既可求之于不分组的收入数据, 也可用分组收入数据作估计。模拟表明, 与 FGT 指数相比, R 指数的直接法和模型法的计算结果更接近, 因而更适用于以参数型洛伦兹函数为基础的贫困测量和分析。

**关键词:** 贫困公理 综合测量 贫困指数 R 指数 洛伦兹函数

## 一、导 言

贫困测量是贫困研究的基础, 也是扶贫决策的依据。贫困测量主要包括两个问题, 其一是如何确定贫困线<sup>①</sup>, 以作为识别贫困者的标准; 其二是如何构造贫困指标, 以准确反映贫困程度。后一问题就是所谓的综合问题(Sen, 1976)。而其所以成问题, 原因在于贫困程度的三维性。简言之, 贫困程度既有广度特征, 也有深度和差异度的表现。贫困广度是指贫困人口的数量规模, 穷人越多, 贫困发生越频繁, 扶贫范围越大。贫困深度是指穷人收入相对于贫困线的缺口, 缺口越大, 穷人生活水准越低, 扶贫成本越大。贫困差异度是指穷人收入分布的不均度, 收入差距越大, 收入分布的均衡性越差, 扶贫难度越大。贫困程度的三维表现可以是一致的, 也可能是背离的: 贫困人数的增加未必伴随着贫困缺口的扩大, 穷人收入差距的缩小也未必意味着穷人收入的提高。因此, 要准确评价贫困程度, 就必须全面整合贫困信息, 而综合贫困量度(aggregate poverty measure)就是迎合这种要求的测量工具。

一般认为, 阿玛蒂亚·森(Amartya Sen)是综合贫困指标研究的先行者(Shorrocks, 1995)。1976年, 森在《计量经济学》(*Econometrica*)上撰文指出, 人头比(headcount ratio, 也即贫困率:  $H = q/n$ ,  $q$  指穷人数,  $n$  为

<sup>①</sup> 贫困研究大多以收入作为划分贫困线的依据。为便于说明, 本文依循这种习惯, 但文中讨论的方法也适用于其他口径的贫困线。

总人数)这个最常用的贫困指标,其实“是一个非常粗糙的指数”;因为它只能表示贫困的相对发生面,却不能反映穷人收入的多少,也没有分布敏感性(distributional-sensitivity),即不会因穷人收入分布的不同而不同。而收入缺口比(income-gap ratio,  $I = \sum_{i=1}^q (z - y_i) / zq$ ,  $z$  指贫困线,  $y$  为穷人收入,  $q$  指穷人数)作为另一常见的贫困指标,尽管它可以回答“穷人到底有多穷”的问题,可它又抽象了穷人规模,同样地,它也缺乏反映穷人收入差异的能力。有鉴于此,森从综合测量的理念出发,通过设置量度公理(axiom),构造了一个旨在“概括各种贫困信息”(Hagenaars, 1987)的综合指数,也即著名的Sen指数,从而确立了贫困指数研究的基调和框架。此后30多年间,受森的启发和影响,或出于改进和拓展Sen指数的意图,许多学者纷纷开展后继研究,也提出了各自的贫困指数(Takayama, 1979; Thon, 1979; Kakwani, 1980; Blackorby & Donaldson, 1980; Clark et al., 1981; Chakravarty, 1983; Foster et al., 1984; Atkinson, 1987; Shorrocks, 1995)。但除SST(Sen-Shorrocks-Thon)指数和FGT(Foster, Greer & Thorbecke)指数外,在测量性能上明显超越Sen指数的几近于无。即使是SST指数和FGT指数,虽有优于Sen指数之处,并因此而成为综合贫困量度的代表,但仍有各自的不足或局限。

本文试以Sen指数、SST指数和FGT指数为比照,探讨一种贫困指数的新模式,以期丰富已有的贫困测量工具,并有利于有关贫困的研究与决策。本文以下安排为:第二部分,概述贫困的量度公理,简析Sen指数、SST指数和FGT指数的特点和问题,以明确新指数的设计取向;第三部分,介绍新指数的原理,证明其公理性,并分解其结构;第四部分,推导新指数的抽样误差,给出新指数对于社会收入水平和收入分布不均度的弹性系数的计算式;第五部分,说明新指数基于洛伦兹函数的估计法,并借助实际数据,由模拟计算比较其相对于FGT指数的测量优势;最后归纳全文要点。

## 二、公理与指数

### (一)公理概述

用量度公理规约贫困指标的理想性质,据以设计和评价贫困指标,

这是森提倡的公理法(axiomatic approach)。而森(Sen, 1976)的单调公理(Monotonicity axiom)和转移公理(Transfer axiom), 卡瓦尼(Kakwani, 1980)的单调—敏感性(Monotonicity-sensitivity axiom)和转移—敏感性公理(Transfer-sensitivity axiom), 以及福斯特(Foster et al., 1984)的加性分解公理(Additive decomposability axiom), 则通常被视为贫困量度公理的主体。<sup>①</sup> 这五条公理的立意分别如下:

1. 单调公理: 给定其他条件, 如果一个穷人收入减少, 贫困指标必上升; 反之, 如果一个穷人收入增加, 贫困指标将下降。按此公理, 贫困指标应表现为穷人收入的单调递减函数, 以形成对“穷人更穷”或“穷人减贫”现象的表现力。

2. 转移公理: 给定其他条件, 如果贫困线下的一个穷人向另一个较其为“富”的穷人转移收入, 贫困指标必上升; 如果收入转移的方向相反, 贫困指标将下降。转移公理源于边际效用理论(Sen, 1981), 是达尔顿(Dalton, 1920)为建立不均度量度(inequality measures)而提出的转移原则<sup>②</sup>的拓展和应用。它可使贫困指标具有分布敏感性, 从而能反映穷人收入分布的差异性。

3. 单调—敏感性公理: 给定其他条件, 如果一个穷人收入减少, 那么其收入越低, 贫困指标的增幅越大; 而其收入越高, 贫困指标的增幅越小。单调—敏感性公理是单调公理的“强化版”, 它要求, 贫困指标应对“穷人中的穷人”的收入状况给予更多的关注和反映。

4. 转移—敏感性公理: 给定其他条件, 如果两个收入差距为某个定数的穷人之间发生由低向高的收入转移, 那么他们的收入越低, 贫困指标的增幅就越大; 他们的收入越高, 贫困指标的增幅则越小。转移—敏感性公理是转移公理和单调敏感性公理的整合, 它强调收入转移效应的位置差异, 旨在进一步提高贫困指标对收入分布差异的鉴别力。

5. 加性分解公理: 给定其他条件, 如果一个社群可划分为若干个互不重叠的亚组, 那么以各亚组人数的比例为权数, 该社群的贫困指标应等于各亚组贫困指标的加权算术平均数。不难看出, 这个公理是单调公理在空间层次的推论, 它要求贫困指标能实现社会结构或区域结构

<sup>①</sup> 参见 Sen (1976), Kakwani (1980), Foster et al. (1984), Hagenars (1987), Blackburn (1989), Shorrocks (1995), Chakravarty (1997), Thon (1979), Zheng (1997)等人的有关论述。

<sup>②</sup> 转移原则规定: 如果人与人之间发生由低向高的收入转移, 不均等指标应增大。

的解析和综合,以便于观察部分贫困程度对整体贫困程度的影响。

上述公理的前四个,其实是贫困综合测量理念的具体化。一个贫困指标若能满足前两个公理,就基本具备了概括贫困三维表现的能力,而如果还能满足后两个公理,则不仅可进一步增强其分布敏感性,而且可以与“越穷越优先”的扶贫理念相吻合。反顾人头比和收入缺口比,不难发现,前者既不满足单调公理,也不满足转移公理;后者虽然满足单调公理,但不满足转移公理(不过,两者都满足加性分解公理)。所以,它们是不符合贫困综合测量理念的“偏量度”(Foster, 1994)。

## (二)指数简评

### 1. Sen 指数

森(1976)认为,一个好的贫困指数必须满足单调公理和转移公理,同时应与非穷人的收入水平无关。后一要求也被称为焦点公理(focus axiom),它规定贫困测量要以绝对贫困线(absolute poverty line)为标准,并表现出有别于生活水平测量和不均等测量的特性(邱东,1996)。

森依照其量度公理构造的指数形式如下:

$$S = \frac{2}{(q+1)n} \sum_{i=1}^q \left[ \frac{z - y_i}{z} \right] \cdot (q+1-i) \quad (1)$$

其中,  $y$  是按升序排列的穷人收入,即  $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n$ 。很明显, Sen 指数与穷人收入呈反比,是一个满足单调公理的加权贫困缺口率。其权数  $(q+1-i)$  等于贫困线下收入不低于  $y_i$  的穷人数,所表示的是穷人的相对剥夺(relative deprivation)程度或穷人在社会福利序次中的位置;一个穷人的收入越低,意味着其相对剥夺程度越高,或其所处的社会福利序次越靠后。正是借助于这种基于相对剥夺和定序效用(ordinal utility)理论的加权方式,森将可以凸显收入差异的测量要素植入了贫困指标的结构中,从而使 Sen 指数形成了人头比  $H$  和收入缺口比  $I$  所没有的分布敏感性。

如果  $q$  足够大, Sen 指数可以近似表示为:

$$S = H[I + (1-I)G_p] \quad (2)$$

这是 Sen 指数最为常用的表达式。其中,  $G_p$  是穷人收入的基尼系数。如果人头比  $H = 0$ , 即没有绝对意义的穷人时,  $S = 0$ ; 如果  $q = n$ , 即穷人人 数等于总人数,且所有人无收入,  $S = 1$ ; 如果  $G_p = 0$ , 即所有穷人的收入相同,  $S = HI = P_G$ 。  $P_G$  是简单贫困缺口率,作为综合贫困量度的

雏形, 它只满足单调公理和加性分解公理。

Sen 指数因其设计理念而著名。但由其权数的序次性质所决定, 它存在着这样几个缺陷: 首先, 它不是穷人收入的连续函数; 当穷人因收入增加而脱贫时, 它会发生数值“跳跃”, 因而测量结果欠稳健。其次, 它不满足加性分解公理, 所以分析功能很有限。最后, 也是最重要的, 它对转移公理的满足不充分; 如果出现穷人因收入转移而脱贫, 或者穷人向非穷人转移收入的情况, 它会违反转移公理。因此, 它还不是一个理想的贫困指数 (Shorrocks, 1995)。

## 2. SST 指数

为了弥补 Sen 指数的缺陷, 1995 年, 夏洛克斯用“尽量步 Sen 指数后尘” (Shorrocks, 1995) 的推导方式, 提出了一个被视为“Sen 指数的最佳修正版” (World Bank, 2005) 的贫困指数, 即:

$$SST = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i}{z} \right) \cdot (2n - 2i + 1) \quad (3)$$

这个指数之所以被称作 SST 指数, 是因为它不但参考了桑 (Thon, 1979) 关于转移公理的补充意见 (桑认为, 转移公理不应局限于穷人之间。如果穷人收入向非穷人转移, 贫困指标应上升; 而当非穷人向穷人转移收入时, 贫困指标应下降), 而且在形式上, 它与 Thon 指数 (1979) 的极限是一致的。同为 Sen 指数的修正式, Thon 指数的形式是:

$$T = \sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i}{z} \right) \cdot \left[ \frac{2n - 2i + 2}{n(n + 1)} \right] \quad (4)$$

从式 (3) 可见, SST 指数的权数也是收入水平的逆序次。但这种序次并非仅按穷人数  $q$ , 而是根据总人数  $n$  排列的。这正体现了 SST 指数对发生在穷人和非穷人之间的收入转移的考虑。由于这种加权方式, SST 指数不但克服了 Sen 指数在连续上的不足, 而且有效地消除了 Sen 指数在转移公理上的局限性。

奥斯伯格和徐 (Osberg & Xu, 2000) 证明, 如果将  $x_i = \max\{(z - y_i)/z, 0\}$  定义为齐头收入缺口比 (censored gap ratio)<sup>①</sup>, 那么, SST 指数就可表示为:

$$SST = HI(1 + G_x) \quad (5)$$

① 即将非穷人的收入缺口比统一设定为零而形成的包括所有统计单位 (穷人和非穷人) 的收入缺口比分布。

其中,  $G_x$  是齐头收入缺口比的基尼系数。不过, 由于受总人数的影响,  $G_x$  并不能有效反映穷人的收入差异。容易设想, 即便穷人数与穷人的收入分布不变, 只要非穷人数不同,  $G_x$  就不同。

SST 指数的主要缺陷有两点: 其一, 由于也以收入序次为权数, 和 Sen 指数一样, SST 指数也不符合加性分解公理。其二, SST 指数虽然满足转移公理, 也能满足单调—敏感性公理, 但不能进一步满足转移—敏感性公理。这意味着, 对于等距且等量的收入转移所导致的收入分布的变化, SST 指数虽然可以感觉其存在, 但缺乏程度差异的鉴别力。

### 3. FGT 指数

准确地讲, 这是一个参数型的指数组, 其通式如下:

$$F_\alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i}{z} \right)^\alpha \quad (6)$$

式中,  $\alpha (\alpha \geq 0)$  为分布敏感性参数。若  $\alpha = 0$ ,  $F_\alpha = H$ ;  $\alpha = 1$ ,  $F_\alpha = P_G$ 。当  $\alpha > 0$  时,  $F_\alpha$  符合单调公理;  $\alpha > 1$  时,  $F_\alpha$  符合转移公理和单调—敏感性公理;  $\alpha > 2$  时,  $F_\alpha$  符合转移—敏感性公理。

FGT 指数的常用形式是  $F_2$ , 也称平方贫困缺口指数 (squared poverty gap index)。从式(6)看,  $F_2$  其实也是一个加权贫困缺口率, 但其权数是基数化 (cardinalization) 的收入缺口本身, 而不是穷人的收入序次。这样, 在计算指数时, 每个穷人的“贡献”大小就取决于他的收入与贫困线的距离, 而不取决于收入介于他和贫困线之间的穷人数。因此, 与 Sen 指数、SST 指数相比, 这个指数对贫困程度的反映更直接, 也更细致; 也因此, 它既减少了收入排序的计算环节, 又拥有了 Sen 指数和 SST 指数所没有的加性分解性。而加性分解性恰恰是 FGT 指数最突出的一个优点。

$F_2$  的结构表达式是:

$$F_2 = H [I^2 + (1 - I)^2 C^2] \quad (7)$$

其中,  $C$  是穷人收入的标准差系数, 即:  $C = \sigma_y / \sqrt{y}$ 。

FGT 指数存在的问题是: (1)  $\alpha$  的最优值不能确知 (World Bank, 2005)。而且, 在  $\alpha \geq 0$  的定义下, 不同的 FGT 指数也不能保证测量指向的一致性。例如, 设有收入分布  $Y_1 = (2, 4, 4, 9, 9)$  和  $Y_2 = (1, 5, 5, 8, 5, 8, 5)$ , 如果取贫困线为 10, 那么,  $F_2(Y_1) = 0.276 > F_2(Y_2) = 0.271$ , 而  $F_3(Y_1) = 0.189 < F_3(Y_2) = 0.197$ 。据此, 就  $F_2$  而言, 是  $Y_1$  比  $Y_2$  穷;

但从  $F_3$  看, 却是  $Y_1$  不如  $Y_2$  穷。显然, 这种测量指向的不一致可能有碍于贫困的判断与分析。(2) FGT 指数的分布敏感性决定于  $\alpha$  的取值; 当  $\alpha > 2$ , 尤其在常见的  $\alpha = 3$  时, 由于贫困缺口被立方, FGT 指数一方面会过分敏感于远离贫困线的穷人收入状况, 并极易被收入分布低端的数据误差所扭曲; 另一方面又会过分迟钝于接近贫困线的穷人收入状况, 从而不利于全面反映贫困程度。(3) 当  $\alpha > 1$  时, FGT 指数的表意趋于晦涩, 既不易解释, 也难以理解。其实, Sen 指数和 SST 指数也有表意不直观的问题。这也许正是虽然这类贫困指数有着优于人头比和收入缺口比等贫困偏量度的测量性能, 而它们的普及和应用程度却依然不及后者一个原因。

### 三、新指数

#### (一) 指数原理

鉴于上述三个指数的不足或局限, 本文提出一个新指数。为便于说明, 以下记为  $R$  指数, 其形式如下:

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \max \left[ \frac{z - y_i}{z + y_i}, 0 \right] \quad (8)$$

上式中,  $z - y_i > 0$  指穷人  $i$  实际所需的脱贫成本, 而  $z + y_i$  则是在缺乏该穷人收入信息的情况下, 为确保其脱贫而给予数量为  $z$  的资助, 从而使其可能达到的非贫水准。因此,  $(z - y_i)/(z + y_i)$  可定义为穷人  $i$  的脱贫难度系数: 其最大值为 1, 此时穷人收入为零; 最小值为 0, 此时穷人收入为  $z$ 。这样, 就形式而言,  $R$  指数就是每个人的脱贫难度系数的平均数(非穷人的脱贫难度系数定义为 0);  $R$  指数大, 表明脱贫难度大, 贫困程度高; 反之,  $R$  指数小, 表明脱贫难度小, 贫困程度低。

$R$  指数也可用弹性的概念来解释。如图 1 所示, 如果设  $z - y_i > 0$  为穷人  $i$  的收入缺口  $c$ , 那么  $(z - y_i)/(z + y_i)$  也可视为 A 与 B 两点间的收入弧弹性, 即:

$$\epsilon_i = \frac{\Delta y}{\Delta c} \cdot \frac{c + 0}{z + y_i} = \left[ \frac{z - y_i}{(z - y_i) - 0} \cdot \frac{(z - y_i) + 0}{z + y_i} \right] = \frac{z - y_i}{z + y_i} \quad (9)$$

它表示的是穷人  $i$  的收入变化率相对其收入缺口变化率的平均反应度。当  $z$  一定时,  $y_i$  越小, 穷人越穷, 收入弹性越大。于是,  $R$  指数可

视为  $n$  个人的收入弧弹性的平均数 ( $y_i \geq z$  时的弹性为 0), 它既有定序效用, 也有相应的经济意义。例如, 对于收入分布  $Y = (2, 4, 5, 6, 8, 9, 10)$ , 如果设  $z = 8$ , 则收入弹性向量  $E = (0.600, 0.333, 0.231, 0.143, 0, 0, 0)$ 。经平均,  $R = 0.187$ 。这个数字可以近似地理解为: 如果将非穷人的收入设同贫困线, 那么就此 7 人而言, 要使各自的收入缺口有 1% 的缩减量, 每个人的收入增量平均约需 0.187%。

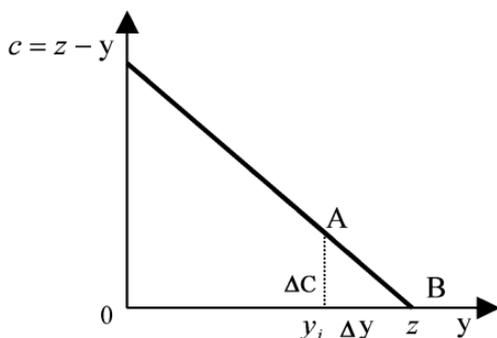


图 1 收入对收入缺口的弹性

如果将  $R$  指数表示为:

$$R = \frac{\sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i}{z} \right) \cdot \left( \frac{z}{z + y_i} \right)}{n} \quad (10)$$

则可见它也是一个加权贫困缺口率, 而权数  $z / (z + y_i)$  则是贫困缺口的一种变相表达式, 其值域为  $[0.5, 1]$ , 数值大小与缺口大小成反比。比较  $R$  指数与 FGT 指数: 如图 2 显示, 对应于以  $m = y / z$  ( $y < z$ ) 定义的收入一需求比 (income-need ratio),  $R$  指数与  $F_2$ 、 $F_3$  的权数分布均呈单调递减之势。其中,  $F_2$  的权数分布是斜率为 -1 的下降直线, 而  $R$  指数与  $F_3$  的权数分布则分处  $F_2$  的上下两侧, 在各自值域内都表现为凹型下降曲线。加权后,  $R$  指数和 FGT 指数的分布如图 3。这时,  $R$  指数和  $F_2$ 、 $F_3$  虽然都是凹型曲线, 但具体形态有差异, 表现为: 在收入分布的低端区域,  $R$  指数的下降速率略小于 FGT 指数; 而在收入分布的高端区域,  $R$  指数的下降速率则明显大于 FGT 指数。例如, 当  $y / z = 0.1$  时,  $F_3$  和  $F_2$  的边际值分别是  $R$  指数的 1.47 倍和 1.09 倍; 而当  $y / z = 0.9$  时,  $R$  指数的边际值却分别是  $F_3$  的 18.47 倍和  $F_2$  的 1.85 倍。

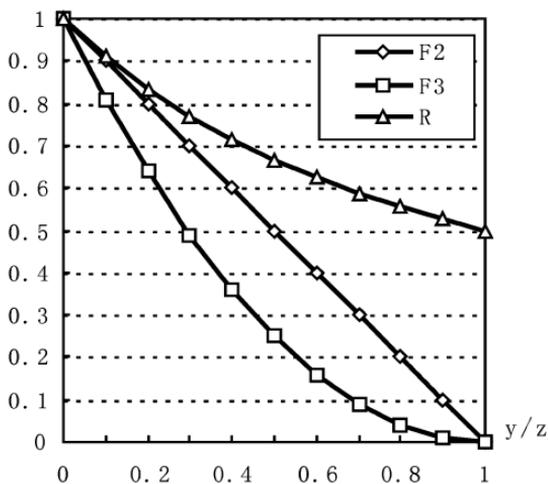


图 2 R 指数和 FGT 指数的权数分布

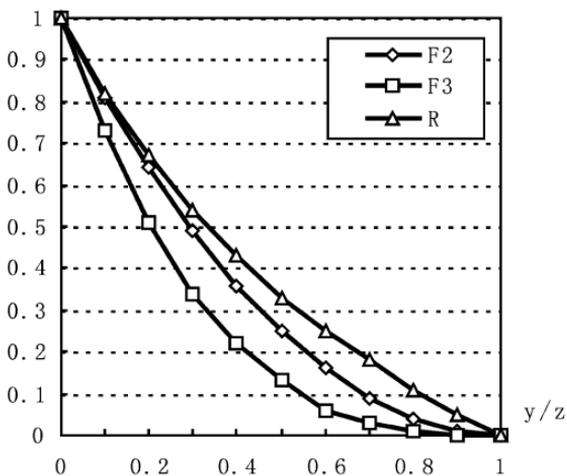


图 3 R 指数和 FGT 指数的数值分布

因此, 与 FGT 指数, 尤其是  $F_3$  相比,  $R$  指数既不会过分夸大极端贫困者的收入状况对总体贫困程度的影响, 同时对接近贫困线的穷人收入状况也能保持相对灵敏的反应力。

### (二) 公理特性

$R$  指数是穷人收入的连续递减函数, 所以满足单调公理。同时, 由权数的基数性质所决定, 它也符合加性分解公理。下面设  $P = nR$ , 从

数学上证明  $R$  指数的其他三个公理性:

1. 转移公理

设:  $y_j = y_i + h (h > 0)$ ; 转移收入为  $a (a > 0)$ ;  $q(1)$ 、 $q(2)$  分别为转移前后的穷人数。对于

$$\begin{aligned} \Delta P &= \sum_{i=1}^{q(1)} \left( \frac{z - y_i + a}{z + y_i - a} \right) - \sum_{i=1}^{q(2)} \left( \frac{z - y_j}{z + y_j} \right) \\ &= \sum_{i=1}^{q(1)} \left( \frac{z - y_i + a}{z + y_i - a} \right) - \sum_{i=1}^{q(2)} \left( \frac{z - y_j - h - a}{z + y_j + h + a} \right), \end{aligned}$$

如果  $y_j + a \geq z$ ,  $q(1) > q(2)$ , 那么  $\Delta P > 0$ ; 当  $y_j + a < z$ ,  $q(1) = q(2) = q$  时,

$$\begin{aligned} \Delta P &= \sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i + a}{z + y_i - a} - \frac{z - y_i - h - a}{z + y_i + h + a} \right) \\ &= \sum_{i=1}^q \left[ \frac{2z(h + 2a)}{(z + y_i - a)(z + y_i + h + a)} \right] > 0 \end{aligned}$$

所以,  $R$  指数满足转移公理。

2. 单调—敏感性公理

同上设, 对于

$$\begin{aligned} \Delta P &= \sum_{i=1}^{q(1)} \left( \frac{z - y_i + a}{z + y_i - a} \right) - \sum_{i=1}^{q(2)} \left( \frac{z - y_j + a}{z + y_j - a} \right) \\ &= \sum_{i=1}^{q(1)} \left( \frac{z - y_i + a}{z + y_i - a} \right) - \sum_{i=1}^{q(2)} \left( \frac{z - y_i - h + a}{z + y_i + h - a} \right), \end{aligned}$$

如果  $y_j + a \geq z$ ,  $q(1) > q(2)$ , 那么  $\Delta P > 0$ ; 当  $y_j + a < z$ ,  $q(1) = q(2) = q$  时,

$$\begin{aligned} \Delta P &= \sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i + a}{z + y_i - a} - \frac{z - y_i - h + a}{z + y_i + h - a} \right) \\ &= \sum_{i=1}^q \left[ \frac{2zh}{(z + y_i - a)(z + y_i + h - a)} \right] > 0 \end{aligned}$$

所以,  $R$  指数满足单调—敏感性公理。

3. 转移—敏感性准则

设:  $y_j = y_i + h$ ,  $y_m = y_l + h$ ,  $y_l = ky_j (k > 1, h > 0)$ , 对于

$$\begin{aligned} \Delta P &= \left[ \sum_{i=1}^{q(1)} \left( \frac{z - y_i + a}{z + y_i - a} \right) - \sum_{i=1}^{q(2)} \left( \frac{z - y_i - a}{z + y_i + a} \right) \right] \\ &\quad - \left[ \sum_{i=1}^{q(1)} \left( \frac{z - y_l + a}{z + y_l - a} \right) - \sum_{i=1}^{q(2)} \left( \frac{z - y_m - a}{z + y_m + a} \right) \right] \end{aligned}$$

$$= \left[ \sum_{i=1}^{q(1)} \left( \frac{z - y_i + a}{z + y_i - a} \right) - \sum_{i=1}^{q(2)} \left( \frac{z - y_i - h - a}{z + y_i + h + a} \right) \right] \\ - \left[ \sum_{i=1}^{q(1)} \left( \frac{z - k(y_i + h) - h + a}{z + k(y_i + h) + h - a} \right) \right. \\ \left. - \sum_{i=1}^{q(2)} \left( \frac{z - k(y_i + 2h) - h - a}{z + k(y_i + 2h) + h + a} \right) \right]$$

如果  $y_m + a \geq z$ ,  $q(1) > q(2)$ , 那么  $\Delta P > 0$ ; 当  $y_m + a < z$ ,

$q(1) = q(2) = q$  时,

$$\Delta P = \sum_{i=1}^q \left\{ \frac{2z(h+2a)}{(z+y_i-a)(z+y_i+h+a)} - \frac{2z(h+2a)}{[z+k(y_i+h)+h-a][z+k(y_i+2h)+h+a]} \right\} \\ = \sum_{i=1}^q \frac{2zh(h+2a)[z+k(y_i+h)+h-a][z+k(y_i+2h)+h+a] - (z+y_i-a)(z+y_i+h+a)}{(z+y_i-a)(z+y_i+h+a)[z+k(y_i+h)+h-a][z+k(y_i+2h)+h+a]} > 0$$

所以,  $R$  指数满足转移—敏感性公理。

表 1 是  $R$  指数与其他三个贫困指数的公理性的比较:

表 1 贫困指数的公理性

	Sen	SST	FGT	R
单调公理	✓	✓	✓	✓
转移公理	×	✓	$\alpha > 1$	✓
单调敏感性公理	✓	✓	$\alpha > 1$	✓
转移敏感性公理	×	×	$\alpha > 2$	✓
加性分解公理	×	×	✓	✓

其中,  $R$  指数在转移—敏感性上的测量优势, 可以用一个简单的例子来说明。如表 2 所示, 假设 A、B、C 是三个收入分布。其中, B 可看作 A 中第一人(收入最低者)向第二人转移一个单位收入的结果; 同样, C 可看作 A 中第三人向第四人收入转移 1 个收入单位的结果。如

表 2 转移—敏感性公理举例

收入分布	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$
A	1	3	4	6	8	9	10	16
B	0	4	4	6	8	9	10	16
C	1	3	3	7	8	9	10	16

果设贫困线为 8, 由表 3 可见, 在人头比和收入缺口比相同的情况下,  $R$  指数不仅能反映 B、C 的贫困程度高于 A, 且和  $F_3$  一样, 还可进一步判明 C 的贫困程度不如 B。而这却是 Sen 指数、SST 指数和  $F_2$  所不能的。

表 3 贫困指数转移敏感性的比较

收入分布	H	I	Sen	SST	$F_2$	$F_3$	$R$
A	. 5000	. 2813	. 3313	. 4531	. 1836	. 1318	. 2136
B	. 5000	. 2813	. 3375	. 4570	. 1953	. 1582	. 2262
C	. 5000	. 2813	. 3375	. 4570	. 1953	. 1450	. 2192

### (三) 指数结构

对式 (8) 加以分解和整理, 指数可表示为:

$$R = H \left[ V + \frac{I}{2-I} (1-V) \right] \quad (11)$$

其中: 
$$V = \frac{\sum_{i=1}^q \left( \frac{m_i - \bar{m}}{1 + m_i} \right) m_i}{\sum_{i=1}^q m_i} \quad (m_i = y_i / z) \quad (12)$$

由于 
$$1 - V = \frac{\sum_{i=1}^q \left( \frac{1 + \bar{m}}{1 + m_i} \right) m_i}{\sum_{i=1}^q m_i}, \quad (13)$$

并因  $(1 + \bar{m}) m_i - (1 + m_i) \bar{m} < 0$ , 所以  $1 - V$ , 从而  $V$  系数就是一个单向性的变异量度, 可以刻画  $m$  相对其平均水平的偏离度。在贫困线一定时,  $V$  系数所量度的其实就是收入  $y$  的变异度。如果所有穷人的  $m$  相同,  $V=0$ ; 否则  $V>0$ 。  $V$  系数越大, 意味着  $m$  或  $y$  的变异就越大。表 4 是以  $m$  为变量, 根据 30 个随机样本 (有回置地从自然数 0-99 中抽取, 样本规模均为 10) 计算的四种变异量数 (见附录 1) 的秩相关系数。

数据表明, 对于给定的  $z$  (本例为 100),  $V$  系数与标准差系数、基尼系数的一致性都要高于 Theil 指数, 可见, 它确是一个有效的变异量数。所以, 式 (11) 可作为  $R$  指数的结构表达式而用于贫困程度的要素分析。与此相比, 同样符合转移一敏感性公理的  $F_3$  却不能作类似的要素分解, 这是其应用率低于  $F_2$  的原因之一。

表 4 变异量数比较: Spearman 相关系数

	标准差系数	基尼系数	Theil 指数 <sup>①</sup>	V 系数
标准差系数	1.000	.996**	.849**	.962**
基尼系数	.996**	1.000	.865**	.962**
Theil 指数	.849**	.865**	1.000	.867**
V 系数	.962**	.962**	.867**	1.000

\*\*  $p < 0.01$ .

### 四、衍生指标

#### (一) 抽样误差

贫困测量多以抽样数据为基础, 因而需要计算作为统计量的贫困指数的抽样误差, 以便检验其时空差异的显著性。如果设  $\theta(z, y)$  为贫困线和收入的函数, 并设  $f(y)$  为穷人收入的概率密度函数, 那么, 具有连续性和加性分解性特征的贫困指数可统一表示为:

$$Q = \int_0^z \theta(z, y) f(y) dy \quad (14)$$

卡瓦尼(Kakwani, 1990a)指出,  $Q$  的方差无偏估计是

$$Q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q A_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q k_i \theta(z, y_i), \quad (15)$$

式中,  $k_i = \begin{cases} 1, & y_i < z \\ 0, & y_i \geq z \end{cases}$

由于样本观察值  $y_i$  和  $y_j$  相互独立,  $A_i$  与  $A_j$  也相互独立。根据中心极限定理,  $\sqrt{n}(Q - Q)$  近似服从均值为 0, 方差等于

$$\sigma_A^2 = E(A_i - Q)^2 = \int_0^z \theta^2(z, y) f(y) dy - Q^2 \quad (16)$$

的正态分布, 方差的样本估计量是

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \theta^2(z, y_i) - Q^2 \quad (17)$$

显然, 如果  $\theta(z, y) = 1$ ,  $Q$  就是人头比,  $\sigma_A^2$  是  $\sqrt{n}H$  的方差  $H(1-H)$ ; 如

① 该指数由泰尔(Theil, 1967)提出, 形式为:  $Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \ln(\bar{y}/y_i)$ 。

果  $\theta(z, y) = (z - y)/z$ ,  $Q$  为贫困缺口率,  $\sigma_A^2$  是  $\sqrt{n}P_G$  的方差 ( $F_2 - P_G^2$ )。推及一般, FGT 指数的方差估计量是:

$$\text{Var}(\sqrt{n}F_\alpha) = F_{2\alpha} - F_\alpha^2 \quad (18)$$

以上方差估计法同样适用于  $R$  指数, 因为后者亦具连续性和加性分解性。在  $R$  指数中,  $\theta(z, y) = (z - y)/(z + y)$ , 因此,  $R$  指数的方差估计量为:

$$\text{Var}(\sqrt{n}R = R^* - R^2) \quad (19)$$

$$\text{其中: } R^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q \left( \frac{z - y_i}{z + y_i} \right)^2 \quad (20)$$

据此,  $R$  指数的估计标准误, 即抽样平均误差就是:

$$SE(R) = \sqrt{\frac{R^* - R^2}{n}} \quad (21)$$

这里要说明: Sen 指数和 SST 指数因为不连续和(或)不具加性分解性, 它们的估计标准误不能按上述方法计算, 而需要借助于自助法(bootstrap)。由于以实际样本为母本, 自助法的样本随机复制过程通常需要上百次, 估计标准误的计算过程较繁琐。所以, 从统计推断的角度看,  $R$  指数和 FGT 指数的优势更明显。

## (二)弹性量度

根据式(11),  $R$  指数对  $H$ 、 $I$  和  $V$  的要素弹性分别是:

$$\epsilon_H = \frac{\partial R}{\partial H} \cdot \frac{H}{R} = 1 \quad (22)$$

$$\epsilon_I = \frac{\partial R}{\partial I} \cdot \frac{I}{R} = \frac{2P_G(1 - V)}{(2 - I)^2 R} \quad (23)$$

$$\epsilon_V = \frac{\partial R}{\partial V} \cdot \frac{V}{R} = \frac{2V}{R} \left( \frac{H - P_G}{2 - I} \right) \quad (24)$$

它们分别反映贫困指数对贫困广度、贫困深度和贫困差异度的敏感度。如果要进一步考察贫困程度与社会经济发展的关系, 还需计算贫困指数对社会收入水平(而非穷人收入水平)及其分布状况的弹性值。因为作为社会经济发展的结果和表征, 社会收入水平的提高可以降低社会贫困程度, 而社会收入差距扩大则会加剧社会贫困程度。卡瓦尼(Kakwani, 1990b)根据式(14), 并以  $\mu$  表示社会平均收入, 以  $G$  表示收入基尼系数, 定义过两个弹性公式, 即:

$$\epsilon_{\mu} = \frac{1}{Q} \int_0^z y \frac{\partial \theta}{\partial y} f(y) dy \quad (25)$$

$$\epsilon_G = \frac{1}{Q} \int_0^z \frac{\partial \theta}{\partial y} (y - \mu) f(y) dy \quad (26)$$

前者为增长弹性 (growth elasticity), 反映贫困程度对收入水平的敏感度; 后者是不均度弹性 (inequality elasticity), 反映贫困程度对收入分布的敏感度。具体到  $R$  指数, 经推导可得这两个弹性的计算式, 即:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\mu} &= \frac{1}{Q} \int_0^z y \frac{\partial \theta}{\partial y} f(y) dy \\ &= \frac{1}{2R} \int_0^z \left[ \left( \frac{z-y}{z+y} \right)^2 - 1 \right] f(y) dy \\ &= \frac{1}{2R} (R^* - H) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_G &= \frac{1}{Q} \int_0^z \frac{\partial \theta}{\partial y} (y - \mu) f(y) dy \\ &= \epsilon_{\mu} - \frac{\mu}{Q} \int_0^z \frac{\partial \theta}{\partial y} f(y) dy \\ &= \epsilon_{\mu} - \frac{\mu}{R} \int_0^z \frac{-2z}{(z+y)^2} f(y) dy \\ &= \epsilon_{\mu} + \frac{\mu}{zR} (R + 0.5R^* + 0.5H) \end{aligned} \quad (28)$$

式(28)中,

$$\frac{1}{Q} \int_0^z \frac{\partial \theta}{\partial y} f(y) dy = \frac{1}{zR} (R + 0.5R^* + 0.5H) \quad (29)$$

是绝对收入弹性, 它表示在收入分布不变的前提下, 如果每个穷人各增加一个单位的货币收入, 贫困指数将会下降百分之几。

根据  $\epsilon_{\mu}$  和  $\epsilon_G$ , 还可确定收入增长和收入不均度的边际替代率 (marginal proportional rate of substitution), 即:

$$MPRS = \frac{\partial \mu}{\partial G} \cdot \frac{G}{\mu} = - \frac{\epsilon_G}{\epsilon_{\mu}} = - \frac{z(R^* - H)}{2R + R^* + H} \quad (30)$$

这个指标的含义是: 如果基尼系数上升 1%, 要使贫困指数表征的社会贫困程度保持不变, 则社会平均收入应该增加百分之几。

## 五、基于洛伦兹函数的估计与比较

上面给出的 Sen 指数、SST 指数、FGT 指数和  $R$  指数的计算公式, 都只适用于的不分组的收入数据。然而, 这种数据通常并不容易取得, 更多可供采用的是分组形式的收入数据。面对后一类数据, Sen 指数和 SST 指数就无用武之地, 因为两者都不具加性分解性; 而 FGT 指数和  $R$  指数则不然, 它们可根据式(14), 由模型法, 即通过拟合参数型洛伦兹曲线 (parameterized Lorenz curves) 作估计。方法是: 设洛伦兹曲线为  $L(p)$ , 它表示收入升序累计中最低百分之  $p$  的份额。对于穷人收入的组均值  $y$  和社会平均收入  $\mu$ , 有关系式:

$$L(p) = yp / \mu \quad (31)$$

$$L'(p) = y / \mu \quad (32)$$

$$L'(H) = z / \mu \quad (33)$$

据以对式(14)作换元, 得到:

$$Q = \int_0^z \theta(z, y) f(y) dy = \int_0^H \theta(\mu, L'(p)) dp \quad (34)$$

对于  $R$  指数, 上式可表作:

$$R = \int_0^H \left[ \frac{1 - (\mu/z)L'(p)}{1 + (\mu/z)L'(p)} \right] dp \quad (35)$$

在现有文献中, 常用于拟合洛伦兹曲线的参数模型有两种, 即 GQ (general quadratic) 模型和 Beta 模型 (Datt, 1998)。前者的形式是:

$$L(p)[1 - L(p)] = \alpha[p^2 - L(p)] + \beta L(p)(p - 1) + \gamma[p - L(p)] \quad (36)$$

后者的形式是:

$$L(p) = p - \varphi p^\beta (1 - p)^\gamma \quad (37)$$

两式中,  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  均为待定参数。无论选用哪一模型, 在获得估计参数后, 对于任给的贫困线 ( $\mu L'(p=0.001; \pi) \leq z \leq \mu L'(p=0.999; \pi)$ )<sup>①</sup>, 可以由式(33)确定人头比  $H$ ; 再将  $H$  代入式(35), 便可积得  $R$  指数。

如将不分组数据视若一数一组的分组数据, 上述方法同样适用。

下面, 本文试用 2001 年度“浦东社会发展调查”的数据, 通过模拟

①  $\pi$  为洛伦兹曲线的参数向量。

计算, 比较  $R$  指数与 FGT 指数的估计效果。“浦东社会发展调查”由复旦大学社会学系开展, 调查对象为浦东新区的常住居民, 调查单位为家庭/户, 有效样本规模为 1061 户, 其中 969 户在调查中同时提供了家庭规模和近三个月家庭可支配收入的信息。以这部分居民为母本, 本文通过 20 次有回置的二次抽样, 取得 20 个规模各为 500 户的样本, 以供模拟比较之用。在计算贫困指数时, 本文借鉴中国城镇课题研究组 (2003) 测定结果, 将上海 2001 年的贫困线 (人均 303 元/月) 设为浦东当年的贫困线, 并采用经济合作与开发组织 (OECD) 的做法, 将家庭人口  $k$  的平方根作为收入等值尺度 (income equivalence scale), 按  $z_e = z / \sqrt{k}$  调整各户贫困线, 以消除家庭规模效应的影响。

表 5 是利用 20 个模拟样本的数据直接计算和在拟合洛伦兹曲线的基础上估计得到 FGT 指数和  $R$  指数 (模型参数见附录 2)。

表 5 按直接法和模型法计算的 FGT 指数和  $R$  指数

样本	直接法			GQ 模型法			Beta 模型法		
	$F_2$	$F_3$	$R$	$F_2$	$F_3$	$R$	$F_2$	$F_3$	$R$
1	.0097	.0027	.0143	.0063	.0023	.0119	.0058	.0025	.0102
2	.0100	.0052	.0144	.0065	.0025	.0116	.0074	.0041	.0114
3	.0090	.0046	.0130	.0046	.0015	.0094	.0041	.0016	.0078
4	.0075	.0036	.0120	.0073	.0028	.0131	.0052	.0019	.0100
5	.0103	.0054	.0145	.0062	.0023	.0114	.0070	.0038	.0112
6	.0087	.0044	.0129	.0052	.0017	.0105	.0033	.0010	.0076
7	.0105	.0054	.0154	.0126	.0061	.0190	.0119	.0072	.0173
8	.0088	.0045	.0133	.0078	.0031	.0134	.0072	.0036	.0117
9	.0095	.0047	.0142	.0096	.0043	.0153	.0112	.0075	.0158
10	.0082	.0042	.0121	.0041	.0012	.0088	.0026	.0007	.0064
11	.0083	.0039	.0128	.0092	.0040	.0148	.0096	.0059	.0139
12	.0079	.0039	.0119	.0062	.0023	.0113	.0067	.0036	.0108
13	.0120	.0067	.0163	.0069	.0026	.0126	.0072	.0036	.0119
14	.0089	.0046	.0131	.0051	.0017	.0099	.0046	.0019	.0084
15	.0109	.0058	.0155	.0078	.0031	.0136	.0071	.0033	.0120
16	.0105	.0051	.0155	.0085	.0036	.0141	.0100	.0066	.0144
17	.0062	.0027	.0101	.0056	.0020	.0104	.0057	.0029	.0094
18	.0088	.0045	.0130	.0060	.0022	.0113	.0063	.0030	.0105
19	.0086	.0046	.0127	.0051	.0017	.0103	.0033	.0010	.0076
20	.0106	.0055	.0154	.0090	.0037	.0152	.0072	.0031	.0125

为便于比较, 现设表 5 中直接法的计算结果为 A, 设模型法的计算结果为 B, 将  $1 - B/A$  定义为偏差率。如图 4、图 5 所示, 在直接法和模型法的计算结果对比中, R 指数的偏差率普遍小于 FGT 指数。具体表现是: 在直接法和 GQ 模型法的偏差率上, R 指数小于  $F_2$  的比例为 80%, 小于  $F_3$  的比例为 85%; 在直接法和 Beta 模型法的偏差率上, R 指数小于  $F_2$  的比例为 95%, 小于  $F_3$  的比例为 85%。由此可见, 与 FGT 指数相比, R 指数的估计精度较高, 是一种更适合模型法计算的贫困指数。

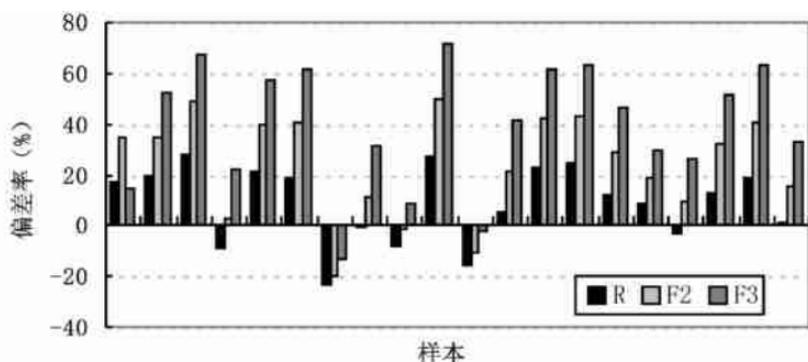


图 4 直接法和 GQ 模型法的计算结果比较

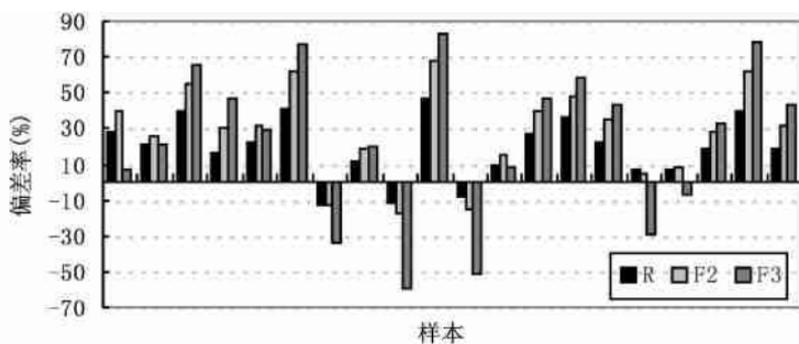


图 5 直接法和 Beta 模型法的计算结果比较

附带说明: 利用上面 20 个样本, 本文也模拟了贫困指数对贫困线不同取值的反应。做法是: 假设贫困线为 300、350 和 400 元/月, 分别计算(直接法)各样本的 Sen 指数、SST 指数、FGT 指数和 R 指数, 进而再

计算不同贫困线下各指数向量的皮尔逊相关系数。结果提示:

对于贫困线的变化,  $R$  指数有着明显的分布“抵抗性”(即样本间的指数位序受贫困线变化的影响较小); 其表现程度与 FGT 指数相当, 而略强于 Sen 指数和 SST 指数(参见附录 3)。

## 六、结 语

贫困是经济现象, 也是社会问题。无论从哪个角度做研究, 都要以有效的贫困测量为基础。在目前常用的贫困指标中, 以 Sen 指数、SST 指数和 FGT 指数为代表的综合贫困量度虽然可以概括贫困广度、贫困深度和贫困差异度的信息, 从而可以弥补人头比和收入缺口比等贫困偏量度的不足, 但它们本身的测量或分析效能尚有欠缺或局限。鉴于此, 本文构造了一种新的贫困指数—— $R$  指数, 其优点主要是: 1. 具有完备的公理性。一方面, 由于满足 Sen 指数、SST 指数和  $F_2$  不能满足的转移—敏感性公理,  $R$  指数有着更强的贫困鉴别力; 另一方面, 由于具有 Sen 指数和 SST 指数所没有的加性分解性,  $R$  指数不仅便于统计推断, 也能用于分组数据的贫困估计和空间层次的统计分析。2. 灵敏而不失稳健性。在反映贫困程度时,  $R$  指数既体现了更敏感于“穷人中的穷人”的收入状况的测量意图, 又不像 FGT 指数, 尤其是同样满足转移—敏感性公理的  $F_3$  那样, 存在对深度贫困者的收入状况反应过度的问题, 从而在收入分布低端出现异常值或数据误差的情况下, 受到扭曲影响的程度相对较小, 测量结果较稳健。此外, 就直接法和模型法的计算结果而言,  $R$  指数的接近度明显高于 FGT 指数。在根据分组数据计算贫困指数, 或者将模型法用于不分组数据, 以便进行贫困分解 (poverty decomposition)、贫困弹性和利贫增长 (pro-poor growth) 等分析时,  $R$  指数是一种优于 FGT 指数的贫困量度。

附录 1

模拟样本和变异量数

样本	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15
y <sub>1</sub>	38	87	65	23	47	45	16	33	68	71	38	87	65	23	47
y <sub>2</sub>	33	92	90	18	81	57	0	95	23	65	33	92	90	18	81
y <sub>3</sub>	47	35	39	75	60	39	30	8	92	79	47	35	39	75	60
y <sub>4</sub>	93	32	29	9	51	25	1	86	96	59	93	32	29	9	51
y <sub>5</sub>	28	97	71	56	87	41	68	88	88	40	28	97	71	56	87
y <sub>6</sub>	7	2	37	60	93	94	59	25	56	18	7	2	37	60	93
y <sub>7</sub>	3	69	55	50	30	12	79	61	45	63	3	69	55	50	30
y <sub>8</sub>	88	51	76	2	99	85	4	79	37	99	88	51	76	2	99
y <sub>9</sub>	40	79	99	65	94	28	63	71	8	92	40	79	99	65	94
y <sub>10</sub>	81	15	68	71	22	72	19	96	27	43	81	15	68	71	22
Gini	.368	.325	.197	.336	.226	.288	.476	.255	.312	.208	.281	.281	.279	.54	.283
C	.697	.604	.366	.634	.424	.539	.899	.491	.577	.391	.531	.530	.523	1.08	.533
Theil	.379	.372	.068	.389	.106	.155	.331	.203	.215	.093	.197	.174	.231	.25	.359
V	.096	.086	.030	.085	.043	.058	.139	.063	.072	.036	.065	.059	.064	.15	.060
样本	S16	S17	S18	S19	S20	S21	S22	S23	S24	S25	S26	S27	S28	S29	S30
y <sub>1</sub>	70	45	5	12	62	61	31	69	73	50	28	12	48	15	40
y <sub>2</sub>	9	41	87	40	1	18	23	84	47	17	90	72	52	67	89
y <sub>3</sub>	94	35	59	10	47	84	24	4	62	14	18	40	61	62	3
y <sub>4</sub>	32	96	57	0	18	95	18	54	92	3	2	16	69	97	92
y <sub>5</sub>	26	93	30	24	68	42	44	44	41	18	63	60	40	23	27
y <sub>6</sub>	84	9	94	99	66	94	52	16	23	8	92	45	19	1	25
y <sub>7</sub>	83	31	53	6	48	71	84	80	59	96	12	25	71	12	31
y <sub>8</sub>	85	44	97	2	22	47	3	78	43	93	57	51	79	22	86
y <sub>9</sub>	58	68	65	36	49	98	5	39	12	30	72	63	42	53	55
y <sub>10</sub>	31	80	29	55	36	56	59	98	64	10	44	70	64	18	54
Gini	.213	.393	.290	.243	.496	.365	.259	.174	.430	.325	.337	.240	.312	.336	.332
C	.399	.742	.543	.457	1.02	.673	.481	.329	.834	.610	.636	.479	.583	.633	.662
Theil	.100	.376	.278	.131	.498	.400	.149	.065	.492	.296	.408	.58	.369	.222	.214
V	.038	.091	.072	.045	.151	.096	.049	.024	.115	.078	.084	.062	.081	.074	.072

## 附录 2

洛伦兹模型的拟合结果

样本	GQ 模型				Beta 模型			
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	R-square	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	R-square
1	1.0963	-1.2762	.1481	.9999	.7384	.9654	.6355	.9999
2	1.1537	-1.3529	.1283	.9999	.7303	.9542	.6577	.9999
3	1.1164	-1.2618	.1658	.9998	.7398	.9698	.6469	.9999
4	1.2046	-1.2485	.1595	.9994	.7699	.9781	.6758	.9999
5	1.1523	-1.3472	.1391	.9998	.7251	.9549	.6580	.9999
6	1.1802	-1.2141	.1930	.9996	.7637	.9848	.6759	.9999
7	1.2466	-1.3923	.0951	.9995	.7554	.9545	.6855	.9999
8	1.18487	-1.3310	.1304	.9997	.7470	.9619	.6678	.9999
9	1.2010	-1.4275	.1013	.9998	.7249	.9439	.6740	.9999
10	1.1188	-1.1638	.2002	.9999	.7615	.9851	.6506	.9999
11	1.2078	-1.4345	.1045	.9997	.7269	.9485	.6818	.9999
12	1.1619	-1.3728	.1352	.9998	.7229	.9549	.6662	.9999
13	1.1133	-1.2907	.1428	.9999	.7341	.9593	.6372	.9999
14	1.1269	-1.2474	.1533	.9999	.7524	.9696	.6450	.9999
15	1.2073	-1.2652	.1449	.9998	.7655	.9688	.6707	.9999
16	1.1657	-1.4207	.1054	.9998	.7179	.9440	.6627	.9999
17	1.1778	-1.3988	.1375	.9996	.7184	.9561	.6775	.9999
18	1.1572	-1.3148	.1483	.9998	.7350	.9610	.6595	.9999
19	1.1775	-1.2203	.1939	.9997	.7615	.9842	.6770	.9999
20	1.2355	-1.2849	.1426	.9997	.7711	.9727	.6851	.9999

注: 表中,  $R\text{-square} = 1 - \text{Residual SS/Corrected SS}$ .

## 附录 3

不同贫困线下的贫困指数向量的相关系数

	Sen		SST		$F_2$		$F_3$		R	
	z=350	z=400								
Sen	z=300	.962	.892							
	z=350		.945							
SST	z=300			.948	.847					
	z=350				.957					
$F_2$	z=300				.969	.944				
	z=350					.956				
$F_3$	z=300						.963	.946		
	z=350							.954		
R	z=300								.965	.934
	z=350									.974

## 参考文献:

- 邱东, 1996, 《贫困的三维测度观: 贫困测度准则的再思考》, 《统计与信息论坛》第 1 期。
- 中国城镇课题组, 2003 《城镇贫困: 中国发展的新挑战》, 北京: 经济科学出版社。
- Atkinson, A. B. 1987, "On the Measurement of Poverty." *Econometrica* 55.
- Blackburn M. L. 1989 "Poverty Measurement: An Index Related to A Theil Measure of Inequality." *Journal of Business & Economic Statistics* 7.
- Blackorby, C. & D. Donaldson 1980, "Ethical Indices for the Measurement of Poverty." *Econometrica* 48.
- Chakravarty, S. R. 1983, "Ethically Flexible Measures of Poverty." *Canadian Journal of Economics* 16.
- 1990 *Ethical Social Index Numbers*. New York: Springer-Verlag.
- Clark, S., R. Hemming & D. Ulph 1981, "On Indices for the Measurement of Poverty." *The Economic Journal* 91.
- Dalton, H. 1920, "The Measurement of the Inequality of Incomes." *The Economic Journal* 30.
- Datt, G. 1998, "Computational Tools for Poverty Measurement and Analysis." *FCND Discussion Paper* No. 50.
- Foster J. E. 1994, "Normative Measurement: Is Theory Relevant?" *AEA Papers & Proceedings* 84.
- Foster J. E., J. Greer & E. Thorbecke 1984 "A Class of Decomposable Poverty Measures." *Econometrica* 52.
- Hagenaars, A. 1987, "A Class of Poverty Indices." *International Economic Review* 28.
- Kakwani, N. 1980. "On A Class of Poverty Measures." *Econometrica* 48.
- 1990a "Testing for the Significance of Poverty Differences with Application to Cote d'Ivoire." *Living Standards Measurement Study Working Paper* No.62, World Bank.
- 1990b, "Poverty and Economic Growth with Application to Cote d'Ivoire." *Living Standards Measurement Study Working Paper* No.63, World Bank.
- Osberg L. & K. Xu 2000, "International Comparison of Poverty Intensity: Index Decomposition and Bootstrap Inference." *Journal of Human Resource* 35.
- Sen, A. K. 1976, "Poverty: An Ordinal Approach to Measurement." *Econometrica* 44.
- 1981, *Poverty and Famines: An Essay on Entitlement and Deprivation*. London: Oxford University Press.
- Shorrocks, A. F. 1995 "Revisiting the Sen Poverty Index." *Econometrica* 63.
- Takayama N. 1979, "Poverty, Income Inequality, and Their Measures: Professor Sen's Axiomatic Approach Reconsidered." *Econometrica* 47.
- Theil, H. 1967, *Economics and Information Theory*. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.
- Thon, D. 1979, "On Measuring Poverty." *Review of Income and Wealth* 25.
- World Bank 2005, *Poverty Manual*. Washington D. C.: World Bank. JH Revision of August 8.
- Zheng B. 1997, "Aggregate Poverty Measures." *Journal of Economic Survey* 11.

作者单位: 复旦大学社会发展与公共政策学院  
责任编辑: 杨可

**PAPER**

Poverty Indices: Construction and Re-construction ..... *Lu Kangqiang* 1

**Abstract:** On the basis of an evaluation of Sen index, SST index and FGT index, a new aggregate poverty measure, namely R index, is proposed in this paper. R index satisfies all the key axioms desirable for an effective poverty index and its ability to distinguish the intensity of poverty is superior to those of the three contrast indices. What is more, not only can it be calculated directly from the ungrouped income data, but also it can be estimated with the grouped income data. Simulations show that, compared with FGT index, the differences of the results between the direct calculation and the model estimation for the new index are smaller. Therefore, it is a better choice to use R index for measuring and analyzing poverty based on the parameterized Lorenz curves.

Multiple Property Right, Substantivism and Capital Theory: An historical case study of water rights for Shanxi provinces ..... *Zhang Xiaojun* 23

**Abstract:** This paper focuses on the multiple property right through historical research of water property rights in Hongshan spring in Shanxi province. Using Capital Theory from P. Bourdieu and substantivism from Karl Polanyi, this research proposes that property right must be multiple in nature and include economic, social, cultural, politic and symbolic property right.

State and Society in the Charitable Organizations during the Qing Dynasty: A study on the Yuying Tang, Puji Tang, Guangren Tang and Fengbei Yicang in Suzhou city ..... *Wang Weiping, Huang Hongshan* 51

**Abstract:** After reviewing the administration manners and income sources of charitable organizations in Suzhou city during the Qing dynasty, the paper argues that there was a style of cooperation between government and local society in the charitable organizations during the Qing dynasty, and the government was powerful and dominant. In the period of late Qing dynasty, whereas the force of gentry and merchant increased in the charitable organizations, the style of cooperation between government and local society didn't